

УДК 338.12

Т. А. Дунаєва, канд. фіз.-мат. наук, доцент,
А. В. Черномордов, Нац. тех. ун-т України «Київ.
політехн. ін-т»

СЕЗОННЕ КОРИГУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ(НА ОСНОВІ ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ)

Т.А. Дунаєва, А.В. Черномордов. Сезонне коригування часових рядів(на основі варіаційних принципів). В роботі розглянута непараметрична модель сезонного коригування часових рядів з динамічними сезонними ефектами, що ґрунтується на використанні варіаційних принципів. Наведено результати дослідження роботи алгоритму на модельних і реальних часових рядах. Отримані чисельні результати порівнюються з результатами сезонного коригування на основі інших методів. Результати роботи алгоритму дозволяють проводити дослідження економічної кон'юнктури і прогнозування економічної динаміки, що ґрунтуються на аналізі циклічної складової показників.

Ключові слова: сезонні цикли, сезонне коригування, циклічна складова, прогнозування економічної динаміки.

Т.А. Дунаєва, А.В. Черномордов. Сезонное корригирование временных рядов (на основе вариационных принципов). В работе рассмотрена непараметрическая модель сезонной корректировки временных рядов с динамическими сезонными эффектами, основанная на использовании вариационных принципов. Приведены результаты исследования работы алгоритма на модельных и реальных временных рядах. Полученные численные результаты сравниваются с результатами сезонной корректировки на основе других методов. Результаты работы алгоритма позволяют проводить исследования экономической конъюнктуры и прогнозирования экономической динамики, основанные на анализе циклической составляющей показателей.

Ключевые слова: сезонные циклы, сезонная корректировка, циклическая составляющая, прогнозирование экономической динамики.

Т.А. Dunayeva, A.V. Chernomordov. Seasonal correction of time series (based on variational principles). The paper presents a nonparametric model for seasonal adjustment of time series with dynamic seasonal effects based on the use of variational principles. The results of investigation of the algorithm on simulated and real time series are presented. The numerical results are compared with the results of seasonal adjustment on the basis of other methods. The results of the algorithm allow for the study of economic conditions and forecasting of economic dynamics based on the analysis of the cyclical component of indicators.

Keywords: seasonal cycles, seasonal adjustment, cyclical component, forecasting of economic dynamics.

Загальновідомим є факт циклічності функціонування економічної системи. У полі зору дослідників потрапляли, в основному, “глобальні” економічні цикли, з періодом більше року. В більшості макроекономічних показників можна спостерігати виражену сезонну складову. Про цю сезонну циклічну складову і близьку до неї встановилася точка зору як на якийсь шум, який необхідно прибрати, щоб виявити “істинну” економічну динаміку. Дійсно, наявність сезонного коливання спотворює відображення довгострокових тенденцій розвитку. Але для дослідження перехідної української економіки аналіз циклічності на коротких часових інтервалах (до року включно), тобто сезонних коливань, є не менш важливим, ніж аналіз довгострокових тенденцій розвитку. Проте поведінка тренду та сезонного коливання можуть бути зумовлені різними причинами. Тому іноді доцільно розглядати їх як окремі показники.

Розроблено велику кількість методів сезонної коригування, більшість з яких можна віднести до однієї з двох груп [1]. Першу групу складають алгоритми, засновані на методах лінійної фільтрації, єдиних для багатьох оброблюваних часових рядів. Іншими словами, характеристики фільтрів, що використовуються, або зовсім не залежать від властивостей оброблюваних часових рядів, або на них можна впливати, змінюючи значення невеликого числа параметрів.

До другої групи можна віднести методи сезонного коригування, засновані на моделях, які індивідуально будують для кожного коректованого часового ряду. У цьому випадку властивості моделі, на основі якої проводиться декомпозиція, істотно залежать від властивостей оброблюваного часового ряду. До цієї групи відноситься, зокрема, розроблений в Банку Іспанії метод SEATS [1].

Найбільш відомими представниками першої групи є методи сімейства Census (зокрема X-11). Цей метод та багато інших засновано на алгоритмах ARIMA, запропонованого Дж. Боксом і Г. Дженкінсом.

Моделі ARIMA спираються, в основному, на автокореляційну структуру даних. У методології ARIMA не передбачається будь-якої чіткої моделі для прогнозування даного часового ряду. Задається лише загальний клас моделей, які описують часовий ряд і, які дозволяють якось виражати поточне значення змінної через її попередні значення. Потім алгоритм, підставляючи внутрішні параметри, сам обирає найбільш придатну модель прогнозування.

Також для дослідження часових рядів використовується “гусеничний” SSA-метод.

Теоретично можна використовувати методи на основі розкладання в ряд Фур'є для проведення сезонного коригування. Ці методи, засновані на використанні незмінних індексів сезонності, придатні лише для випадку суворої періодичності і тому в загальному випадку не є адекватними [2]. Також необхідною умовою є коректна робота на коротких часових інтервалах (менше п'яти років для помісячних рядів), що знову не свідчить на користь спектральних методів.

Постановка задачі. Основною метою роботи є розробка та дослідження ефективного алгоритму “сезонного коригування” часових рядів макроекономічних показників України, тобто розділення часового ряду на сезонний цикл (з періодом в 1 рік) та тренд.

В даній роботі пропонується представити вихідний ряд $y(t)$ у вигляді двох складових [3]:

$$y(t) = x(t) + s(t),$$

де $x(t)$ — тренд, що відображає сумарну зміну показника за деякий фіксований період часу, наприклад, рік;

$s(t)$ — сезонні цикли, сумарний ефект від яких за той же період дорівнює нулю.

Запропонований алгоритм сезонного коригування відрізняється від інших методів в першу чергу тим, що передбачає чітке виділення сезонного коливання, а потім шляхом віднімання його з вихідного ряду отримується оцінка тренду.

В свою чергу надійна процедура поділу сезонних циклів і тренда дозволяє проводити дослідження економічної кон'юнктури і прогнозування економічної динаміки, що ґрунтуються на аналізі не тільки тренду, але і циклічної складової показників, зокрема сезонної.

Ми шукаємо сезонний цикл, що відповідає наступним умовам:

$$\int_t^{t+T} s(t) dt = 0, \quad (T - \text{період, наприклад, рік})$$

Тобто, сумарна зміна показника за заданий період дорівнює нулю (умова існування циклу).

В загальному випадку розглядається динамічний сезонний цикл, який може змінюватися (як по формі, так і по амплітуді) від періоду до періоду. Але спочатку виведемо рівняння для стаціонарного сезонного циклу, який є окремим випадком динамічного.

На стаціонарний цикл накладаємо ще одну умову — умову “періодичності” (незмінності форми циклу на інтервалі спостереження):

$$s(t) = s(t+T).$$

Приведені нижче функції відображають значення вихідного ряду і циклу на k -му періоді. Тобто ми розглядаємо не весь ряд, а окремий k -й період.

$$\begin{aligned} y_k(t) &= y(t + (k-1)T), \\ s_k(t) &= s(t + (k-1)T). \end{aligned} \quad k=1, \dots, K$$

Кожному періоду відповідають своя частина вихідної реалізації і свій сезонний цикл. Для того щоб визначити зміни сезонного циклу від періоду до періоду, необхідно провести процедуру виділення сезонного циклу на k -му періоді.

Тоді тренд на k -му періоді прийматиме вигляд:

$$x(t) = y_k(t) - s_k(t).$$

За критерій вибору форми циклу візьмемо мінімальну кривизну тренду. Тому $x(t)$ — екстремаль, що забезпечує мінімум функціоналу $\Phi(x)$ на інтервалі спостереження $[0, KT]$, тобто

$$\Phi(x) = \int_0^{KT} (\dot{x}(t))^2 dt = \int_0^{KT} (\dot{y}_k(t) - \dot{s}_k(t))^2 dt \rightarrow \min.$$

Розв'язуючи класичну варіаційну задачу, приходимо до наступного рівняння для хвилі:

$$\frac{d^2 s_k(t)}{dt^2} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{d^2 y_k(t)}{dt^2}, \quad t \in [0, KT].$$

В загальному випадку цикл може змінювати свою форму. Вважаємо, що цикл змінюється від періоду до періоду еволюційно. Для процедури сезонного коригування в якості метода порівняння сезонних циклів від періоду до періоду є степеневе зважування вихідного ряду за періодами.

Розглянемо степеневе зважування на k -му періоді [4]. Вважаємо, що сезонний цикл визначається в першу чергу вихідною реалізацією на тому ж періоді (ваговий коефіцієнт α , причому $0 \leq \alpha \leq 1$), а інші періоди враховуються з меншими вагами: чим далі l -й період стоїть від аналізованого — k -го, тим менше його вага (ваговий коефіцієнт — $\alpha^{|k-l|}$).

Тому зважена реалізація l -ого періоду для визначення k — го сезонного циклу приймає вигляд

$$y_l^{(k)}(t) = \alpha^{|k-l|} y(t + (l-1)T), \quad l=1, \dots, K, \quad t \in [0, T].$$

Тепер тренд на l -му періоді при виділенні циклу на k -му періоді, має наступний вигляд:

$$x_l^{(k)}(t) = \alpha^{|k-l|} (y_l(t) - s_k(t)).$$

Приходимо до явного вигляду функціонала для визначення k -го сезонного циклу

$$\Phi_k(x^{(k)}) = \int_0^T \left\{ \sum_{l=1}^K \alpha^{|k-l|} [\dot{y}_l(t) - \dot{s}_k(t)] \right\}^2 dt \Rightarrow \min.$$

Аналогічно до стаціонарного випадку розв'язуємо варіаційну задачу і отримуємо рівняння для k -го динамічного сезонного циклу

$$\ddot{s}_k(t) = w_k(\alpha) \sum_{l=1}^K \left(\alpha^{|k-l|} \ddot{y}_l(t) \right), \quad \text{при } t \in [0, T].$$

Параметр α можна задавати екзогенно, наприклад, в якості експертної оцінки, тобто, якщо ми щось апріорі знаємо про характер тренду або сезонного циклу.

Якщо $\alpha = 1$, то виділяється стаціонарний цикл, і ніяких змін форми циклів не відбувається, а вся мінливість переходить в тренд.

При $\alpha = 0$ спостерігається протилежна ситуація: вся “мінливість” вихідного ряду переходить у зміни циклів (зберігаючи нульову суму значень за період), але тренд може змінюватися тільки при переході з одного періоду до іншого, тому являє собою кусково-лінійну функцію. А отже на межах періодів ми маємо розриви тренду.

Або параметр α можна визначити з комбінованого критерію оптимальності виділення сезонних циклів:

$$\Phi(\alpha) = \int_0^{KT} \dot{x}^2(t) dt + \sum_{k=1}^{K-1} \left\{ \int_0^T [s^{(k+1)}(t) - s^{(k)}(t)]^2 dt \right\} \xrightarrow{0 \leq \alpha \leq 1} \min,$$

який забезпечує найменшу кривизну коректованого ряду i , одночасно, найменші зміни динамічного коливання.

Перша подвійна сума в функціоналі фіксує “гладкість” тренда. Друга сума характеризує ступінь мінливості циклів від періоду до періоду, оскільки визначається квадратами різниць січневих, лютневих і інших компонент циклу між сусідніми періодами.

У дискретному варіанті отримуємо K матричних рівнянь у других різницях, де враховано умову існування циклу, і які залежать від α , як від параметру.

Результати досліджень. Спочатку було розглянуто сезонне коригування на модельному ряді довжиною в 64 спостереження (5 років і 4 місяці для помісячних рядів), утвореному об’єднанням поліноміального тренду та сезонної хвилі. Остання утворена набором з 3-х коливаний (з періодами в 12, 6 та 3 місяці) та незначного випадкового шуму.

Також порівняно три методи сезонного коригування, а саме: процедуру Census X11 (надалі X11) і дві, розглянуті у цій роботі: виділення стаціонарної сезонної хвилі (надалі StW) та динамічної сезонної хвилі EDS (Extract Seasons). В якості тестового розглядався ряд даних зі значним коефіцієнтом сезонності і циклами змінної форми з роботи М. Кендела — відстані, пройдені авіалайнерами Об’єднаного Королівства за місяць за період з січня 1963 по грудень 1970 [5].

Характерною особливістю цього ряду є істотна перебудова сезонних циклів за формою, в той час як амплітуда сезонних циклів на інтервалі спостереження змінюється несуттєво.

Близькість сезонних циклів отриманих за допомогою X11 і StW засвідчила те, що процедура X11 фіксує зміну циклу з запізненням в один рік (Рис. 1). Тому частина динаміки циклу переходить у тренд, що призводить до значної і зрізаності. $\varepsilon_{ES} = 262\ 159$ та $\varepsilon_{X11} = 481\ 362$.

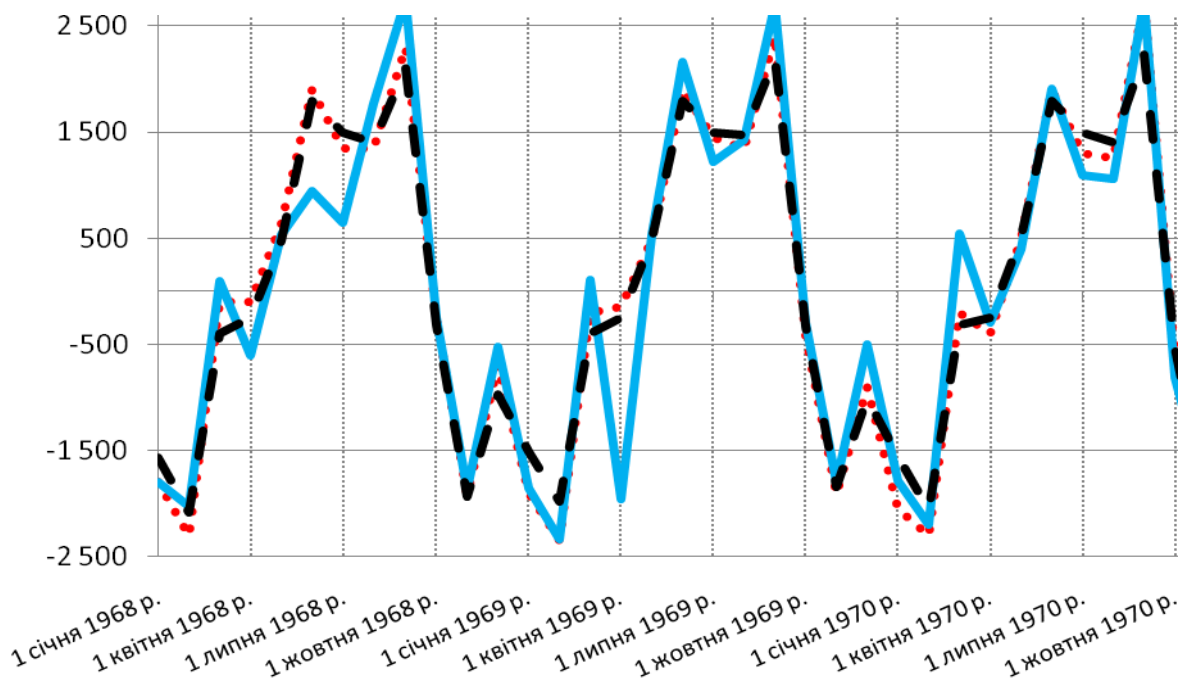


Рис. 1. Виділені цикли з ряду — відстаней, пройдених авіалайнерами Великобританії за місяць трьома різними алгоритмами

Також було проведено порівняльний аналіз результатів прогнозування виділених трендів процедурами EDS та X11 на останніх $2 \cdot 12 + 4 = 28$ рівнях. В якості модельного ряду взято

описаний вище. Було показано, що розглянутий у цій роботі метод сезонного коригування EDS дає значно кращі результати (сумарна похибка прогнозу тренду складає 1,98%), ніж широко використовувана Census X11(6,25%), що добре видно на рис. 2.

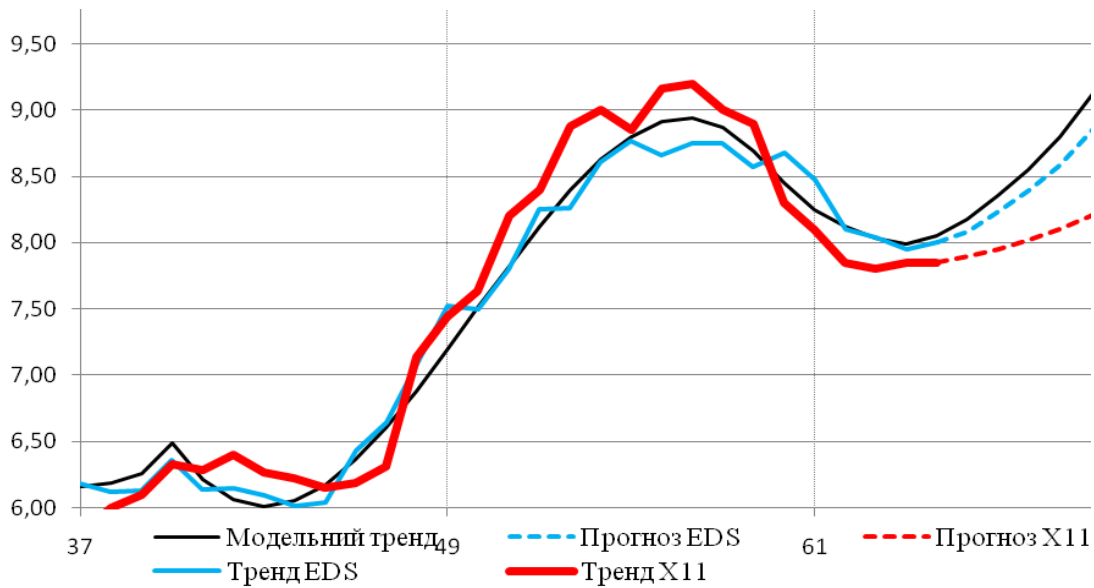


Рис. 2. Виділені тренди з модельного ряду

Висновки. Запропонована процедура сезонної корекції дозволяє працювати з мінімальною кількістю допущень та гіпотез. Наведений алгоритм відрізняється від інших методів сезонного коригування в першу чергу тим, що передбачає чітке виділення сезонного коливання, а потім шляхом віднімання його з вихідного ряду отримується оцінка тренду.

Надійна процедура поділу сезонних циклів і тренда дозволяє говорити про розробку методів дослідження економічної кон'юнктури і прогнозування економічної динаміки, заснованих на аналізі циклічної складової показників, зокрема сезонної.

Проведені дослідження виявили певні особливості сезонних коливань окремих галузей народного господарства України (в транспортних перевезеннях та сільському господарстві). Виявлено особливості конкретних реальних часових рядів, що мають стаціонарну, затухаючу, зростаючу або еволюціонуючу за формою сезонну хвилю.

Порівняльний аналіз показав, що запропонована процедура показує кращі результати, ніж широко поширена Census X11, а саме: більш адекватно розділяє часовий ряд на трендову та сезонну складову, реагує на зміну сезонного циклу, менш інерційна на правому кінці інтервалу дослідження. Це в свою чергу має дуже важливе значення для побудови прогнозу як для трендової, так і сезонної складових.

Очевидно, що представлена процедура даватиме не найкращі результати, якщо будуть порушуватися вихідні умови. Зокрема, коли сезонні коливання матимуть змінний період часу або не еволюційний характер динаміки. Взагалі кажучи, повний розв'язок задачі виділення циклічної складової динаміки показника (сезонного коригування) можна уявити собі таким чином: визначається приналежність досліджуваного ряду до певного класу і проводиться сезонне коригування процедурою, оптимальної саме для цього класу рядів.

Література

1. Fischer B. Decomposition of Time Series. Comparing Different Methods in Theory and Practice. Eurostat working group document. 1995. — 73 p.
2. Бессонов В.А. Введение в анализ российской макроэкономической динамики переходного периода. М., 2003. — 151 с.
3. Губанов В.А., Ковальджи А.К. Выделение сезонных колебаний на основе вариационных принципов // Экономика и математические методы. — 2001. — Т.37. — №1 — с.91—102
4. Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных: метод локальной аппроксимации. — М.: Наука, 1985. — 290 с.
5. Кендел М. Временные ряды / Пер. с англ. и предисловие Ю. П. Лукашина. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 199 с., ил.
6. Державний комітет статистики України [Електронний ресурс].—Режим доступу: www.ukrstat.gov.ua

References

1. Fischer B. Decomposition of Time Series. Comparing Different Methods in Theory and Practice. Eurostat working group document. 1995. - 73 pp.
2. Bessonov V.A. Vvedenie v analiz rossiyskoy makroekonomicheskoy dinamiki perekhodnogo perioda [Introduction to the Analysis of the Macroeconomic Dynamics of the Russian Transition Period]. Moscow, 2003. — 151 pp.
3. Gubanov V.A., Koval'dzhi A.K. Vydelenie sezonnykh kolebaniy na osnove variatsionnykh printsipov [Selection of Seasonal Fluctuations on the Basis of Variational Principles] // Ekonomika i matematicheskie metody [Economics and Mathematical Methods]. - 2001. - Vol.37. — #1 — pp. 91-102.
4. Katkovnik V.Ya. Neparametricheskaya identifikatsiya i sglazhivanie dannykh: metod lokal'noy approksimatsii [Nonparametric Identification and Smoothing of the Data: the Method of Local Approximation]. - Moscow, 1985. — 290 pp.
5. Kendel M. Vremennyye ryady [Time Series] / Transl. from Eng., introduction by Yu. P. Lukashin. — Moscow, 1981. — 199 pp., ill.
6. Derzhavnyi komitet statystyky Ukrainy [State Statistics Committee of Ukraine] [Elektronnyi resurs].- Available at : www.ukrstat.gov.ua.

Рецензент д-р екон. наук, проф. Одес. нац. політехн. ун-та Альохін О.Б.

Надійшла до редакції 14 вересня 2011 р.