

УДК 621.941.01

П.А. Линчевский, д-р техн. наук, проф.,
 Б.О. Ткаченко, канд. техн. наук, доц.,
 С.М. Онищенко, специалист,
 Одес. нац. политехн. ун-т

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАСТАЧИВАНИИ ПРЕРЫВИСТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ БОРШТАНГАМИ С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

П.А. Линчевський, Б.О. Ткаченко, С.М. Онищенко. Математичне моделювання коливальних процесів при розточуванні переривчастих поверхонь борштангами з пружними елементами. Розроблено математичну модель коливань динамічної системи при розточуванні отворів з переривчастою поверхнею. Отримана модель може бути використана при розв'язанні оптимізаційних задач з вибору оптимальної конструкції розточувальної борштанги.

P.A. Linchevsky, B.O. Tkachenko, S.M. Onishchenko. Mathematical modeling of oscillatory processes in boring with intermittent surfaces by boring bars with elastic elements. The mathematical model of fluctuations of a dynamic system is developed boring holes with an intermittent faltering surface. The obtained model can be used in solving optimization problems for choosing an optimum design of a boring bar.

Развитие технического прогресса неуклонно ведет к увеличению количества деталей, имеющих отверстия с прерывистой поверхностью. Такие поверхности образуются при наличии в отверстиях пазов, выборок, полуотверстий, пересечения обрабатываемого отверстия с другими и т.д. Тонкое растачивание как финишная операция часто выполняется на отверстиях с прерывистой поверхностью.

При растачивании отверстий с прерывистой поверхностью возможно возникновение колебательного процесса из-за периодического чередования фаз резания и холостого хода инструмента. Теоретические исследования динамики такого процесса подтверждают возможность увеличения амплитуды колебаний по сравнению с традиционной схемой расточки сплошного отверстия. Для компенсации колебаний предложены различные схемы конструкций расточных борштанг с демпфирующими упругими элементами, борштанга с одним резцом и двумя упругими элементами (рис. 1, а), с двумя резцами и четырьмя упругими элементами (рис. 1, б), и борштанга с двумя резцами и двумя упругими элементами (рис. 1, в).

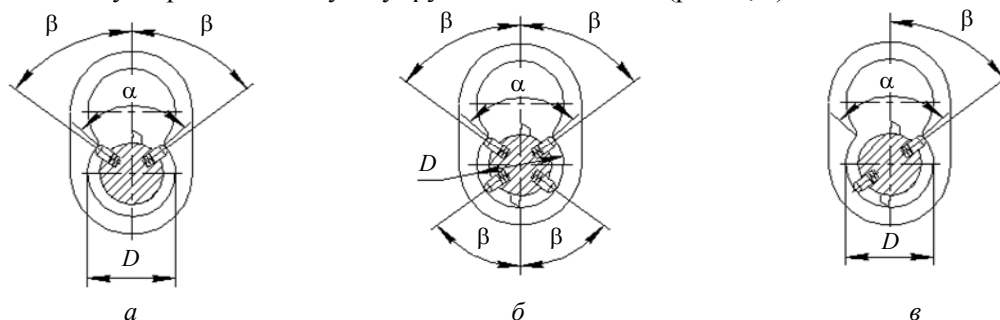


Рис. 1. Схемы конструкций расточных борштанг

При экспериментальных исследованиях конструкций борштанг установлено, что амплитуда колебаний, соответственно шероховатость поверхности определяется углом расположения

демпфирующих элементов β относительно резца, их количеством, жесткостью упругих элементов $C_{yэ}$, и числом оборотов борштанги n .

Таким образом, появилась задача выбора оптимальной конструкции борштанги, а именно, необходимо определить допустимые углы расположения упругих элементов β относительно резца, а также их количество, жесткости упругих элементов $C_{yэ}$, при которых амплитуда колебаний A не превышает амплитуду A_1 , возникающую при растачивании прерывистых отверстий по традиционной схеме обработки, т.е. борштангой без упругих элементов.

Для решения указанной задачи необходимо разработать математическую модель, которая описывает процесс колебаний в направлении возмущающей силы резания F_y во время растачивания отверстий борштангой с упругими элементами. Следует отметить, что сила резания является периодической, а не гармонической возмущающей силой, которая, как показывает практика, имеет форму искаженной синусоиды [1].

При решении задачи составлены расчетные схемы (рис. 2), соответствующие схемам конструкций расточных борштанг с демпфирующими упругими элементами.

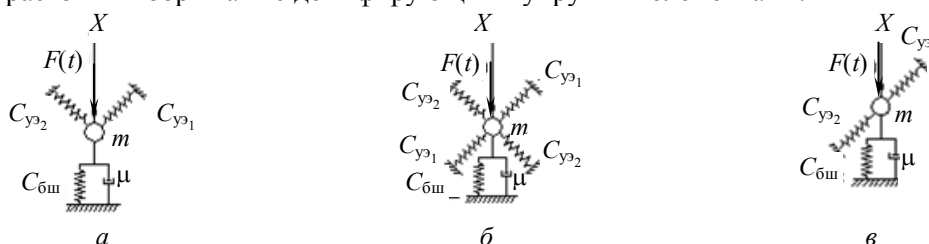


Рис. 2. Расчетные схемы растачивания прерывистых отверстий

Расчетная схема (рис. 2, а) соответствует конструкции борштанги с одним резцом и двумя упругими элементами, расчетная схема (рис. 2, б) соответствует борштанге с двумя резцами и четырьмя упругими элементами, а расчетная схема (рис. 2, в) — борштанге с двумя резцами и двумя упругими элементами, соответственно.

Дифференциальное уравнение, которое описывает колебательные процессы в направлении оси X для всех трех схем, имеет одинаковый вид

$$m\ddot{x}(t) + \mu\dot{x}(t) + c(t) \cdot x(t) = F(t). \quad (1)$$

Начальные условия: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 0$

Приведенная жесткость $C(t)$ в направлении оси X определяется формулой

$$C(t) = \sum_{i=1}^m C_{yэ_i} \cos^2 \beta_i + C_{бш}, \quad (2)$$

где $C_{бш}$ — жесткость борштанги,

μ — демпфирующие свойства борштанги,

$C_{yэ}$ — жесткость упругих элементов,

$F(t)$ — периодическая сила, соответствующая составляющей силы резания F_y ,

m — приведенная масса.

Специфику решаемой задачи составляет периодическое изменение как возмущающей силы $F(t)$, так и жесткости $C(t)$ за один оборот инструмента, поэтому динамическая система становится системой с переменными характеристиками. Такие динамические системы, в которых возбуждаются или усиливаются колебания за счет изменения их параметров, обычно называют параметрическими колебательными системами, а колебания — параметрическими. Возникающий параметрический резонанс в таких системах опаснее обычного резонанса, так как возникает при бесчисленном множестве значений частоты возбуждения [2]. При этом отношение частоты колебаний к частоте изменения параметра может рвануться 1/2; 1; 3/2; 2; 5/2 и т.д.

В качестве примера рассмотрим конструкцию борштанги с одним резцом и двумя упругими элементами (см. рисунок 1, а). Для расчетной схемы (рис. 2, а), приведена временная диаграмма изменения жесткости $C(t)$ механической системы и возмущающей силы $F(t)$, за один

оборот инструмента (рис. 3), со следующими исходными данными: $\alpha = \pi/6$; $n=1600$ об/мин.; $F_y=35\text{Н}$; $\beta = \pi/3$; $C_{\text{бш}}=2,23 \cdot 10^7 \text{ Н/м}$; $\tau_1 = 0,008 \text{ с}$; $\tau_2 = 0,0125 \text{ с}$; $\tau_3 = 0,0225 \text{ с}$; $\tau_4 = 0,0622 \text{ с}$; $\tau_5 = 0,072 \text{ с}$; $T=0,075 \text{ с}$.

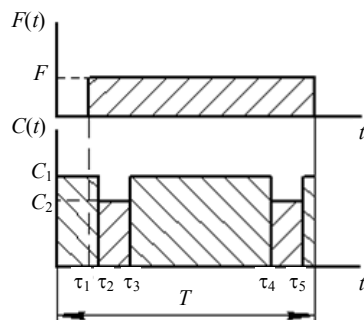


Рис. 3. Диаграмма изменения жесткости системы $C(t)$ и периодической силы $F(t)$ за один оборот режущего инструмента

Приведенная жесткость упругой системы, в зависимости от положения упругих элементов относительно разрыва отверстия, определяется по формулам

$$C_1 = 2C_{y3} \cos^2 \beta + C_{\text{бш}} \quad (3)$$

$$C_2 = C_{y3} \cos^2 \beta + C_{\text{бш}} \quad (4)$$

Для решения уравнения (1) был применен численный метод конечных разностей. Исходное дифференциальное уравнение заменялось разностным. При этом функция, описывающая колебания $x(t)$ заменялась приближенной функцией $X(t)$, а начальные условия и дифференциальное уравнение запишутся в виде

$$X(0) = 0; \quad X(h) = 0$$

$$\frac{X(t+h) - 2X(t) + X(t-h)}{h^2} + \frac{\mu}{m} \frac{X(t+h) - X(t)}{h} + \frac{C(t)}{m} X(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (5)$$

где h — шаг разностной схемы.

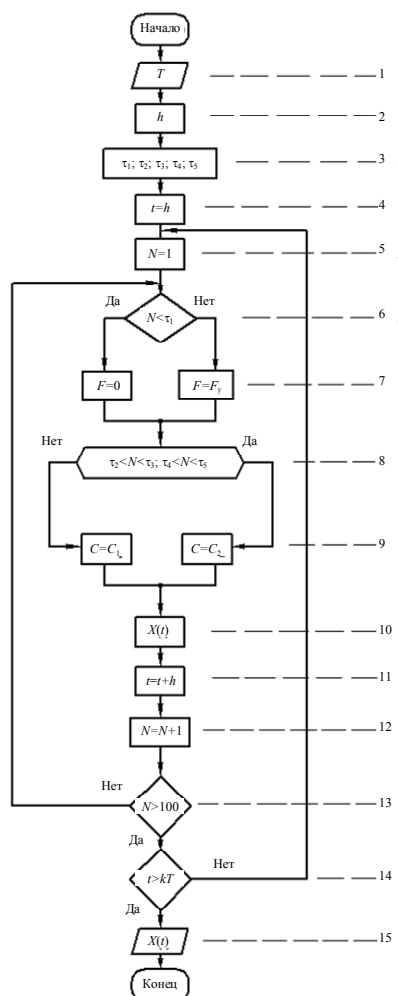


Рис. 4. Блок-схема программы решения задачи на ЭВМ

После преобразования модели (5) формула для определения величины колебаний примет вид

$$X(t+h) = \frac{\left(\frac{F(t)}{m} - \frac{X(t-h)}{h^2} - X(t) \left[\frac{C(t)}{m} - \frac{\mu}{mh} - \frac{2}{h^2} \right] \right)}{\frac{1}{h^2} + \frac{\mu}{mh}}. \quad (6)$$

Таким образом, значение приближенной функции $X(t+h)$, может быть вычислено для любого момента времени t в зависимости от значений этой функции для двух предыдущих итераций $X(t)$ и $X(t-h)$.

Данная задача решалась с применением ЭВМ, алгоритм решения которой представлен в виде блок-схемы (рис. 4).

Блоки 1...5 — введение исходных данных задачи (T — время одного оборота инструмента, h — шаг сетки, сек, $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$ - время в соответствии с временной диаграммой).

$N=1$ — счетные итерации, ($N=100$ за период).

Блок 6, 7 — выбор значения силы резания $F(t)$.

Блок 8, 9 — выбор значения приведенной жесткости упругой системы.

Блок 10 — вычисление величины перемещения резца.

Блок 11 — увеличение шага задачи.

Блок 12 — увеличение счетчика итерации на единицу.

Блок 13 — определение завершения одного периода.

Блок 14 — определение заданного по программе времени резания (количества оборотов инструмента k).

Блок 15 — вывод результатов расчета.

Колебания борштанги для различных значений β и C_{y3} приведены на графиках (рис. 5).

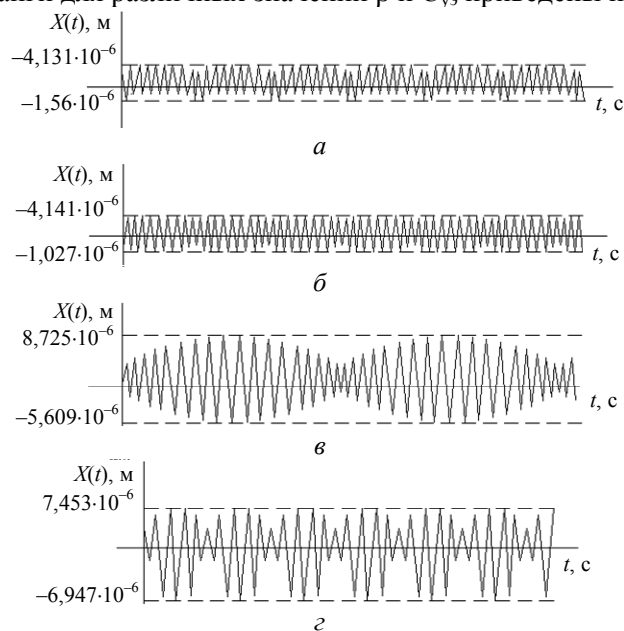


Рис. 5. Графики колебаний при различных конструкциях борштанги: $C_{y3} = 1,4 \cdot 10^5$ Н/м, $\beta = 30^\circ$ (а); $C_{y3} = 1,4 \cdot 10^5$ Н/м, $\beta = 38^\circ$ (б); $C_{y3} = 1,4 \cdot 10^5$ Н/м, $\beta = 44^\circ$ (в); борштанга без упругих элементов (г).

Таким образом, из анализа графиков установлено, что амплитуда колебаний A при расточке отверстий с прерывистой поверхностью зависит как от жесткости упругих элементов, так и от угла их расположения.

Например, при изменении угла β от 30° до 45° при $C_{y3} = 1,4 \cdot 10^5$ Н/м амплитуда увеличивается в 3,5 раз. При углах $\beta = 45^\circ$ наблюдается резонанс. Однако имеет место область конструктивных значений C_{y3} и β при которых колебания борштанги с упругими элементами A существенно меньше амплитуды колебаний борштанги A_1 без упругих элементов.

Таким образом, существует область выбора конструктивных параметров C_{y3} и β , приведенных конструкций борштанг, при которых наблюдается повышение качества расточенных отверстий по сравнению с традиционной схемой.

Следовательно, разработанная математическая модель может быть использована для оптимизации конструктивных параметров проектируемого расточного инструмента.

Литература

1. Катунин А.В. Фототензометрический метод исследования переходных процессов прерывистого резания / Катунин А.В., Лошкин Е.В. // Контроль. Диагностика. — 1999. — № 7. — С. 33 — 35.
2. Лінчевский П.А. Обработка деталей на обробно — розточувальних верстатах / Лінчевский П.А., Джугурян Т.Г., Оргиян О.А.; за заг. ред. Лінчевский П.А. — К.: Техніка. 2001. — 300с.