УДК 519.6:004.93

М.В. Полякова, канд. техн. наук, доц., Одес. нац. политехн. ун-т

ИССЛЕДОВАНИЕ СУБГРАДИЕНТНОГО ПОИСКОВОГО МЕТОДА АДАПТАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

М.В. Полякова. **Дослідження субградієнтного пошукового методу адаптації у просторі вейвлет-перетворення.** Шляхом узагальнення алгоритму регулярного ітераційного пошуку у просторі вейвлет-перетворення розроблено субградієнтний пошуковий ітеративний метод адаптації у просторі вейвлет-перетворення. Доведено збіжність розробленого методу в точці оптимуму в середньоквадратичному змісті та з імовірністю одиниця.

M.V. Polyakova. **Research of the subgradient search adaptation method in wavelet transform space.** By means of the generalization of the regular iteration search algorithm in hyperbolical wavelet transform space the subgradient search iterative method of adaptation in wavelet transform space is elaborated. The convergence of the elaborated method in the optimal point in a mean squared sense and with probability one is proved.

Для решения широкого круга задач автоматизированными системами обработки и распознавания сигналов и изображений используются итеративные методы оптимизации функционала качества. В условиях помех задача оптимизации функционала качества решается с помощью адаптивного подхода [1]. Предполагается, что $\mathbf{c}=(c_1,\ ...,\ c_N)$ — вектор переменных, $\mathbf{x}=(x_1,\ ...,\ x_N)$ — случайный процесс со стационарным математическим ожиданием. Пусть в явной форме неизвестен критерий оптимальности — функционал качества $J(\mathbf{c})=E\{Q(\mathbf{x},\mathbf{c})\}$, где E — оператор математического ожидания по **x**, $Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ — реализация функционала качества. Это означает, что плотность распределения $p(\mathbf{x})$ неизвестна, а известны лишь реализации функционала качества $Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$. При такой постановке задачи $\nabla J(\mathbf{c})$ — градиент функционала $J(\mathbf{c})$ — неизвестен, а известен лишь градиент реализации $\nabla_{\mathbf{c}}Q(\mathbf{x},\mathbf{c})=\left(\dfrac{\partial Q(\mathbf{x},\mathbf{c})}{\partial c_1},\ \dfrac{\partial Q(\mathbf{x},\mathbf{c})}{\partial c_2},\ ...,\ \dfrac{\partial Q(\mathbf{x},\mathbf{c})}{\partial c_N}\right)$. Тогда для нахождения оптимума функционала качества $J(\mathbf{c})$ пользуются модификациями регулярных итеративных методов — методами адаптации с заменой $\nabla J(\mathbf{c})$ на $\nabla_{\mathbf{c}}Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$.

В условиях помех градиент $\nabla_{\mathbf{c}}Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ реализации функционала качества часто вычислить невозможно. Тогда при решении задач оптимизации функционала качества используются поисковые методы адаптации вида [1]

$$\mathbf{c}[n]=\mathbf{c}[n-1]-\gamma[n]\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm}Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1],\ a[n]), \tag{1}$$

где $\gamma[n]$ — величина шага метода;

n — номер итерации;

$$\begin{aligned}\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm}Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1],\ a[n])=\Bigg(&\frac{\left(Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1]+a[n]\mathbf{e}_1),\ ...,\ Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1]+a[n]\mathbf{e}_N)\right)}{2a}-\\&-\frac{\left(Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1]-a[n]\mathbf{e}_1),\ ...,\ Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1]-a[n]\mathbf{e}_N)\right)}{2a}\Bigg);\end{aligned} \tag{2}$$

a — скаляр;

$\mathbf{e}_1=(1,0,\ldots,0)$, $\mathbf{e}_2=(0,1,\ldots,0)$, …, $\mathbf{e}_N=(0,0,\ldots,1)$ — базисные векторы.

Повысить помехоустойчивость определения оптимального вектора **c*** позволяет выбор параметров многошаговых методов адаптации [1]. Однако из-за сложности выбора параметров, а также в случае негладкости $J(\mathbf{c})$ используются одношаговые субградиентные методы адаптации типа (1), в которых разделенная разность (2) заменяется аналогом градиента в негладком случае — субградиентом [2]. Это позволяет одновременно обойти проблему выбора параметров многошаговых методов адаптации и обеспечить помехоустойчивость одношаговых методов адаптации. Например, известен поисковый метод адаптации в пространстве преобразования Гильберта [3] и алгоритм регулярного итерационного поиска в пространстве гиперболического вейвлет-преобразования (ВП) [4]. Однако для методов адаптации существует проблема сходимости, которая исследовалась для одношаговых субградиентных методов [5, 6].

Путем обобщения алгоритма регулярного итерационного поиска в пространстве гиперболического ВП сформулирован субградиентный поисковый итеративный метод адаптации в пространстве ВП. Доказана сходимость этого метода в точке оптимума в среднеквадратическом смысле и с вероятностью “единица”.

Субградиентный поисковый итеративный метод адаптации в пространстве ВП формулируется следующим образом. В терминах сдвига и масштабирования анализирующего вейвлета $\psi(t)$, $t \in R$, непрерывное ВП многомерной реализации функционала качества $Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ по переменной $c_i, i=1,...,N,$ определяется по формуле

$$(Q(\mathbf{x},\mathbf{c}),\psi^{s,b}(c_i)) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\mathbf{x},\mathbf{c})\psi^{s,b}(c_i)dc_i\,, \tag{3}$$

где $\psi^{s,b}(c_i) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{c_i - b}{s}\right)$;

s — параметр масштаба;

b — параметр сдвига.

Предполагается, что в (3) вейвлет $\psi(c_i)$ — нечетная функция. Требование нечетности анализирующего вейвлета связано с тем, что несимметричность процедуры поиска может существенно замедлить ее сходимость из-за группирования приближений к точке оптимума вокруг ложного значения [5].

Пусть $s[n]$ — масштаб вейвлета на n-й итерации поискового метода адаптации. В результате дискретизации функции $\psi(c_i)$ с учетом ее нечетности получается дискретная последовательность

$$\boldsymbol{\alpha}[n] = (-\alpha_{s_\alpha}[n],\ ...,\ -\alpha_1[n],\ \alpha_1[n],\ ...,\ \alpha_{s_\alpha}[n])\,. \tag{4}$$

С учетом (4) в силу нечетности $\psi(c_i)$ выражение (3) принимает вид:

$$(Q(\mathbf{x},\mathbf{c}),\psi^{s,c_i[n]}) = \sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm}Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1],\ a[n-m])\,,$$

где $\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm}Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1],a[n])$ определяется формулой (2), а параметр сдвига выбран как b=$c_i[n]$, т. к. вейвлет-преобразование вычисляется в окрестности приближения к точке оптимума на n-й итерации.

Субградиентный поисковый итеративный метод адаптации в пространстве ВП определяется итерационной схемой

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm}Q(\mathbf{x}[n],\mathbf{c}[n-1],a[n-m])\,, \tag{5}$$

где $\alpha_m[n], m=1,...,s_\alpha$ — компоненты вектора $\boldsymbol{\alpha}[n]$, полученного в результате дискретизации вейвлет-функции, полученной путем снятия ограничений на вид вейвлет-функции в итерационной схеме алгоритма регулярного итерационного поиска в пространстве гиперболического ВП [4].

При определении сходимости процедуры поиска необходимо учитывать, что в методы адаптации входит градиент реализации $\nabla_{\mathbf{c}} Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$ или его оценка $\tilde{\nabla}_{\mathbf{c}\pm} Q(\mathbf{x},\mathbf{c})$, которая зависит от случайного процесса $\mathbf{x}$. Следовательно, вектора $\mathbf{c}[n]$ также являются случайными. Поэтому для определения сходимости процедуры поиска использованы понятия сходимости в среднеквадратическом смысле и сходимости с вероятностью единица [1], [5].

Доказана сходимость субградиентного поискового итеративного метода адаптации в пространстве ВП в одномерном случае. Предполагается, что помеха, представляющая собой случайный процесс x, аддитивна, т. е.

$$Q(x(c),\ c) = J(c) + x(c). \tag{6}$$

Пусть c^* — точка оптимума функционала качества $J(c)$, зависящего от переменной $c \in [A_0, B_0]$ — некоторому сегменту, а $Q(x,c)$ — оценка значений функционала качества $J(c)$, вычисленная по результатам измерения с помехами, которая для любого $c \in [A_0, B_0]$ удовлетворяет следующими условиям:

— несмещенность, т. е.

$$J(c) = E\{Q(x,c)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x,c)\,p(x)\,dx\,, \tag{7}$$

где $p(x)$ — плотность распределения случайного процесса x; это условие означает, что по достаточно большому количеству наблюдений можно определить, по какую сторону от точки оптимума c^* по направлению поиска расположено c;

— эффективность, т.е. дисперсия оценки

$$\sigma^2(c) = E\left\{(Q(x,c) - J(c))^2\right\} < \sigma^2 < \infty\,; \tag{8}$$

во всех точках, где это условие нарушается, независимо от числа наблюдений невозможно установить направление дальнейшего поиска.

Для доказательства сходимости субградиентного поискового итеративного метода адаптации в пространстве ВП применялась известная методика [6], где любая процедура стохастической аппроксимации рассматривается как свободный от ошибок метод последовательных приближений, но с наложенной на него случайной составляющей. Согласно этому подходу в схеме (5) выделяется случайная составляющая и анализируется независимо от регулярной составляющей. Вводится обозначение

$$\tilde{\nabla}_{c\pm} x(c[n-1],\ a) = x(c[n-1] + ae_1,\ \ldots,\ c[n-1] + ae_N) - x(c[n-1] - ae_1,\ \ldots,\ c[n-1] - ae_N)\,.$$

Тогда с учетом (6) (5) принимает вид

$$c[n] = c[n-1] - \gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}\left(J(c[n-1],\ a[n-m]) + x(c[n-1],\ a[n-m])\right) =$$

$$= \left(c[n-1] - \gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right) - \gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(x(c[n-1],\ a[n-m])).$$

С точки зрения сходимости выражение $T(c[n-1]) = c[n-1] - \gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}\left(J(c[n-1], a[n-m])\right)$ рассматривается как детерминированная схема поиска. Если случайную составляющую $-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha} \alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}\left(x(c[n-1], a[n-m])\right)$ обозначить через $r[n]$, то (5) примет вид:

$$c[n] = T\,(c[n-1]) + r[n].$$

Для сходимости субградиентного поискового итеративного метода адаптации в среднеквадратическом смысле и с вероятностью “единица” достаточно выполнения двух условий [6]:

— оценка случайной составляющей должна быть несмещенной:

$$E\{r[n]\}=0\,; \tag{9}$$

— сумма дисперсий помех должна быть конечной при любой возможной бесконечной процедуре поиска:

$$\sum_{n=1}^{\infty}E\{r^2[n]\}<\infty\,. \tag{10}$$

Из соотношения (7) согласно свойствам оператора математического ожидания следует равенство

$$E\{r[n]\}=E\left\{-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(x(c[n-1],\ a[n-m]))\right\}=$$

$$=-\gamma[n]E\left\{\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(Q(x(c[n-1],\ a[n-m]),c[n-1],\ a[n-m])-J(c[n-1],\ a[n-m]))\right\}=$$

$$=-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(E\{Q(x(c[n-1],\ a[n-m]),c[n-1],\ a[n-m])-J(c[n-1],\ a[n-m])\})=0,$$

т.е. итерационная схема (5) удовлетворяет условию (9).

Получено доказательство сходимости ряда (10), составленного из дисперсий помех. Для этого рассматривается

$$\sum_{n=1}^{\infty}E\{r^2[n]\}=\sum_{n=1}^{\infty}E\left\{\left(-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(x(c[n-1],\ a[n-m]))\right)^2\right\}=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]E\left\{\left(\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(x(c[n-1],\ a[n-m]))\right)^2\right\}.$$

После применения неравенства Коши-Буняковского

$$\sum_{n=1}^{\infty}E\{r^2[n]\}\le\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]E\left\{\sum_{\substack{m=-s_\alpha\\ m\ne0}}^{s_\alpha}\alpha_{|m|}^2[n]\sum_{\substack{m=-s_\alpha\\ m\ne0}}^{s_\alpha}x^2(c[n-1],\ \mathrm{sgn}(m)a[n-|m|])\right\}=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\times2\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m^2[n]\times\sum_{\substack{m=-s_\alpha\\ m\ne0}}^{s_\alpha}E\{x^2(c[n-1],\ \mathrm{sgn}(m)a[n-|m|])\}.$$

Математическое ожидание величины квадрата ошибки на n-й итерации представляет собой дисперсию ошибки $\sigma^2(c)$ в соотношении (8). Предполагалось, что $\sigma^2(c)<\sigma^2<\infty$, т.е. дисперсия помехи ограничена на интервале определения c.

Тогда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}E\left\{r^2[n]\right\}<\sum\limits_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\times2\sum\limits_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m^2[n]\times2s_\alpha\sigma^2$, и $\sum\limits_{n=1}^{\infty}E\left\{r^2[n]\right\}<\infty$, если $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\times2\sum\limits_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m^2[n]=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\|\alpha[n]\|^2<\infty$.

После анализа сходимости случайной составляющей итерационной схемы (5), получено доказательство сходимости регулярной составляющей. Следует выделить два случая:

— точка $c[n]$ удалена от точки оптимума c^* на расстояние более, чем $\gamma[n]\left|\sum\limits_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|$ и нет опасности перехода за нее;

— значение $c[n]$ близко к c^* так, что при следующей итерации точка $c[n+1]$ перейдет через точку оптимума по направлению поиска на расстояние $|c[n+1]-c^*|>|c[n]-c^*|$.

В первом случае пусть $\mu[n]$ — абсолютная величина расстояния, на которое $c[n]$ приблизилось к c^* в результате n-й итерации. Тогда итерационная схема (5) должна удовлетворять условию

$$|c[n]-c^*|=|T(c[n-1])-c^*|\le|c[n-1]-c^*|-\mu[n], \quad (11)$$

где $\lim\limits_{n\to\infty}\mu[n]=0$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\mu[n]$ расходится. Это означает, что по мере приближения точки $c[n]$ к c^* расстояние между ними должно сокращаться. При необходимости, когда $c[n]$ стремится к точке, отличной от c^*, суммарное корректирующее воздействие может быть большим.

Для доказательства (11) вводятся две последовательности положительных чисел $\{\varepsilon_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\rho_n\}_{n=1}^{\infty}$ такие, что $\lim\limits_{n\to\infty}\varepsilon_n=0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\rho_n=0$, причем если $|c[n]-c^*|>\varepsilon_n$, то ρ_n — инфимум множества величин $\left|\sum\limits_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|$, т.е. $\left|\sum\limits_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|>\rho_n$ [6].

Тогда, если $c[n]$ отстоит сравнительно далеко от c^*, то абсолютная величина расстояния, на которое $c[n]$ приблизилось к c^*, будет не меньше $\gamma[n]\rho_n$. Предположим, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\gamma[n]$ расходится, тогда можно выбрать ρ_n таким образом, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\gamma[n]\rho_n$ расходится. Так как $c[n]$ значительно удалено от c^* и нет опасности перехода за точку оптимума, то

$$|c[n]-c^*|>\gamma[n]\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|.$$

Тогда для доказательства справедливости условия (11) оценивается выражение

$$|T(c[n])-c^*|=\left|c[n]-\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))-c^*\right|=$$

$$=|c[n]-c^*|-\gamma[n]\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|<|c[n]-c^*|-\gamma[n]\rho_n,$$

согласно которому полагается $\mu[n]=\gamma[n]\rho_n$.

Во втором случае, если $c[n]$ близко к c^*, следует учитывать возможность перехода за точку оптимума. Максимум расстояния до точки оптимума на n-й итерации обозначается через Δ_n. Для сходимости процесса поиска при достаточно больших n должны выполняться условия

$$|T(c[n-1])-c^*|\le\Delta_n \text{ и } \lim_{n\to\infty}\Delta_n=0. \quad (12)$$

Для доказательства этого требования следует заметить, что переход за точку оптимума возникает, если коррекция превосходит по абсолютной величине расстояние $|c[n]-c^*|$, т. е.

$$\left|\gamma[n]\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|>|c[n]-c^*|.$$

В этих условиях итерационная схема (5) удовлетворяет соотношению

$$|T(c[n-1])-c^*|=\gamma[n]\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right|-|c[n]-c^*|.$$

Предполагается, что,

$$\left|\sum_{m=1}^{s_\alpha}\alpha_m[n]\tilde{\nabla}_{c\pm}(J(c[n-1],\ a[n-m]))\right| < A\left|c[n]-c^*\right|+B\,, \tag{13}$$

где A, B — некоторые константы.

Назначение этого предположения — исключить при возрастании n колебания точек $c[n]$ вокруг точки оптимума c^* при поиске. Тогда

$$\left|T(c[n-1])-c^*\right| < (\gamma[n]A-1)\left|c[n]-c^*\right|+\gamma[n]B\,.$$

Далее, повторяя известные выкладки [5], можно сделать заключение о том, что при достаточно больших n итерационная схема (5) удовлетворяет условиям (12).

Таким образом если справедливо (13), а также $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma^2[n]\|\alpha[n]\|^2 < \infty$, и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\gamma[n]$ расходится, то итерационная схема (5) субградиентного поискового метода адаптации в пространстве ВП удовлетворяет условиям сходимости в среднеквадратическом смысле и с вероятностью "единица" к точке оптимума c^*.

Субградиентный поисковый итеративный метод адаптации в пространстве ВП с параметрами: масштаб ВП; начальное приближение к точке оптимума; фильтр, соответствующий вейвлет-функции; пороговые значения для критерия останова и максимального числа итераций; заключается в следующем:

— инициализируются параметры метода;

— вычисляется ВП в начальной точке и значение шага $\gamma[n]$;

— если n=1, производится инициализация направления поиска по формуле (5);

— если n>1, производится обновление направления поиска;

— если выполнен критерий останова или превышено пороговое значение максимального числа итераций, производится завершение работы метода;

— в противном случае выполняется переход на этап обновления направления поиска.

В качестве экспериментальных исследований субградиентного поискового итеративного метода адаптации в пространстве ВП оценивалась его помехоустойчивость на тестовой функции $f(c_1,c_2)=c_1^2+c_2^2$ с аддитивным гауссовским белым шумом. В зависимости от дисперсии шума σ^2 вычислялась среднеквадратичная ошибка (СКО) приближения к точке оптимума **c***=(0,0) и значение критерия $R=\ln\left(\frac{\text{СКО}}{\text{СКО}_0}100\%\right)$, где СКО_0 — среднеквадратичная ошибка приближения к точке оптимума в отсутствии шумов. Начальное приближение выбиралось как $\mathbf{c_0}$=(–1,1), шаг $\gamma[n]=0{,}25/n$, масштаб ВП $s[n]=0{,}1$. В качестве критерия останова итерационной схемы (5) было выбрано одновременное выполнение условий [1]

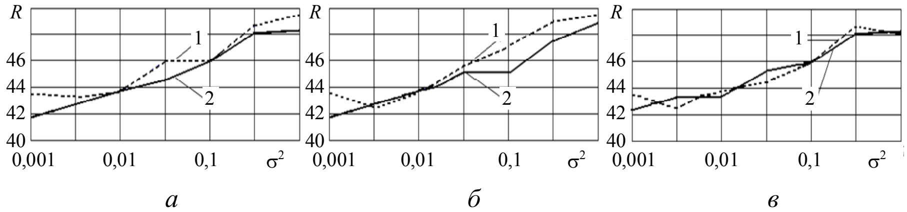
$$\left|m_N[kN]-m_N[(k+1)N]\right|<\varepsilon_1,\ (m_N[kN]-m_N[(k+1)N])^2<\varepsilon_2\,,$$

где $m_N[n]=\dfrac{1}{N}\sum_{k=n}^{n+N}c[k]$, $n=0,1,2,\ldots$;

N — число приближений значения точки оптимума, по которым проводилось усреднение. Выбиралось N=5; 10; 15, пороговые значения $\varepsilon_1=10^{-4}$, $\varepsilon_2=10^{-4}$. В качестве анализирующего вейвлета выбиралась гиперболическая вейвлет-функция [4], в результате дискретизации которой получили фильтр $h=\left\{-\frac{1}{8},-\frac{1}{4},-\frac{1}{2},-1,0,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\right\}$, который нормировался величиной $\|h\|^2 s[n]$.

Для сравнения исследовалась помехоустойчивость поискового метода адаптации (1), использующего фильтр $h_0=\{-1,\ 0,\ 1\}$, оценивающий производную. Шаг выбирался как

$\gamma[n] = 1/n$, остальные параметры выбирались такими же как для субградиентного поискового итеративного метода адаптации в пространстве ВП.



Зависимость критерия R приближения к точке оптимума от дисперсии шума σ^2 для метода в пространстве ВП (1) и метода с оценкой производной (2), N=5(а); 10(б); 15(в)

Доказательство сходимости итерационной схемы (5) субградиентного поискового метода адаптации в пространстве ВП в среднеквадратичном смысле и с вероятностью единица может быть использовано для оценки скорости сходимости метода, а также исследования зависимости субградиентного поискового метода адаптации в пространстве ВП от выбора шага.

Литература

1. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
2. Измаилов А.Ф. Численные методы оптимизации / Измаилов А.Ф., Солодов М.В.. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 300 с.
3. Крылов В.Н. Регулярные итеративные методы оптимизации и адаптации на базе преобразования Гильберта / Крылов В.Н., Антощук С.Г. // Матеріали міжнар. конф. з управління "Автоматика-2001". — Т. 1. — Одеса: ОНПУ, 2001. — С. 79 — 80.
4. Антощук С.Г. Теоретичні та реалізаційні основи створення адаптивно-критеріальних систем побудови інформаційних технологій обробки візуальної інформації в АСУ: Автореф. дис... д-ра техн. наук: 05.13.06 / Одес. нац. політехн. ун-т — Одеса, 2005. — 32 с.
5. Уайлд Д.Д. Методы поиска экстремума: Пер. с англ. — М.: Наука, 1967. — 268 с.
6. Dvoretzky A. On stochastic approximation // Proc. 3rd Berkely Sym. On Math. Stat. and Prob. / J. Neyman (ed.) — Berkeley: University of California Press, 1956. — P. 39 — 55.

Поступила в редакцию 24 октября 2006 г.