УДК 004.315.5

А.В. Дрозд, д-р техн. наук, проф.,
А.В. Нечипорук, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т,
М.В. Лобачев, канд. техн. наук, доц.,
Одес. нац. ун-т им. И.И. Мечникова

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОПИСАНИЯ СРЕДСТВ КОНТОЛЯ ПО МОДУЛЮ УМНОЖИТЕЛЯ МАНТИСС

О.В. Дрозд, О.В. Нечипорук, М.В. Лобачев. **Формалізація опису засобів контролю за модулем помножувача мантис.** Розглянуто питання функціонального діагностування помножувача мантис, що виконує наближені обчислення з використанням скороченої операції. Формалізовано опис засобів контролю за модулем для помножувача мантис, що реалізований за методом скороченого множення.

A.V. Drozd, A.V. Nechiporuk, M.V. Lobachev, **Formalization of the description of the residue checking means of a mantissas multiplier.** The questions of on-line testing of the mantissas multiplier, which carries out the approximated calculations with the use of the truncated operation, are considered. The description of means of the residue checking for the multiplier of mantissas, realized with the method of truncated multiplication, is formalized.

Функциональное диагностирование вычислительных устройств нацелено на решение важной задачи оценки достоверности результатов выполняемых вычислений [1]. Наиболее сложно эта задача решается в устройствах для обработки приближенных данных, которые составляют подавляющее большинство данных и их доля в компьютерной обработке постоянно растет. Наиболее эффективно приближенные данные представляются и обрабатываются в форматах с плавающей точкой. Числа с плавающей точкой записываются с использованием операции умножения, что делает ее ключевой — во всех арифметических операциях с плавающей точкой она используется для обработки мантисс [2].

Для бинарных операций умножение удваивает разрядность результата по сравнению с разрядностью операндов. Однако, согласно теории ошибок, количество верных разрядов результата не превосходит количества верных разрядов в операнде. Поэтому наибольшее распространение получили форматы с одинарной точностью, для которых мантисса результата сохраняет только старшую половину полного произведения мантисс операндов.

С распространением матричных вычислительных устройств установилось взаимно-однозначное соответствие между объемом вычислений и количеством выполняющего их оборудования, что определило целесообразность построения умножителей мантисс с одинарной точностью по методу сокращенного умножения [3]. Использование метода при сохранении одинарной точности вычислений почти вдвое сокращает объем вычислений и, соответственно, количество оборудования матричного умножителя мантисс, находящееся в квадратичной зависимости от разрядности последних. Кроме того, почти вдвое сокращается разрядность вычисляемого произведения, что существенно повышает быстродействие такого умножителя [4]. Одним из основных препятствий к широкому использованию сокращенных операций в матричных устройствах является отсутствие эффективных методов функционального диагностирования последних. Известные подходы позволяют диагностировать данные устройства лишь дублированием сокращенной операции или ее восстановлением до полной. В первом случае сохраняется быстродействие устройства, обеспечиваемое сокращенной операцией, но затраты оборудования больше, чем при реализации полной. Во втором — теряются все достоинства сокращенной операции. В обоих случаях отбрасывается не менее половины всех вычисляемых разрядов результата. Традиционные методы диагностирования обнаруживают ошибки, возникающие в отброшенных разрядах, что приводит к отбраковке достоверных результатов, снижая производительность матричных устройств.

Распространение метода контроля по модулю на сокращенные операции позволило решить проблему функционального диагностирования умножителей мантисс, многократно снижая количество отбрасываемых разрядов, обнаруживаемых в них ошибок и вероятность отбраковки достоверных результатов [5]. Метод обеспечивает построение экономичной схемы контроля с линейной зависимостью количества оборудования от разрядности мантисс. Недостатком метода является отсутствие формального описания контрольных вычислений, существенно усложняющихся при повышении быстродействия схемы контроля. Это препятствует автоматизации проектирования эффективных средств контроля, требуя привлечения к их разработке специалистов высокой квалификации.

Предлагается формализация описания схемы контроля по модулю три матричного умножителя мантисс в части наиболее сложно реализуемых быстродействующих блоков контроля операндов.

Метод сокращенного умножения основан на анализе матрицы конъюнкций произведения (МКП) двух нормализованных n-разрядных мантисс $A = A\{1 \div n\}\ 2^{-n}$ и $B = B\{1 \div n\}\ 2^{-n}$ [5].

Матрица разбивается на две части: младшую и старшую. Первая состоит из k младших столбцов, исключаемых из вычислений. По второй вычисляется усеченное произведение $V_T = V\{1 \div 2n - k\}\ 2^{-(2n-k)}$, n старших разрядов которого составляют округленный результат $V_R = V\{1 \div n\}\ 2^{-n}$, а младшие $n - k$ разрядов $V\{n + 1 \div 2n - k\}\ 2^{-(2n-k)}$ отбрасываются. Величина $k = n - \log_2 n$ определяется из условия сохранения одинарной точности.

Метод контроля по модулю сокращенного умножения основывается на разбиении старшей части МКП на фрагменты [6]

$$V_i = \mathrm{sign}\, V_i\, A_i\, B_i\,, \qquad (1)$$

где $\mathrm{sign}\, V_i$ — знак фрагмента, положительный, если большая часть конъюнкций расположена в старшей части МКП, и отрицательный в противном случае;

$A_i = A\{a_{i1} \div a_{i2}\}\ 2^{-a_{i2}}$ и $B_i = B\{b_{i1} \div b_{i2}\}\ 2^{-b_{i2}}$ — мантиссы множимого A и множителя B (далее — операнды) или их части, содержащие биты от a_{i1} до a_{i2} и от b_{i1} до b_{i2}, соответственно;

i — порядковый номер фрагмента V_i.

Минимальное количество фрагментов в разбиении равно $k + 1$ [5]. Это определяет усеченное произведение и его контрольный код по формулам:

$$V_T = \sum_{i=1}^{k+1} V_i\,, \quad KV_T = \sum_{i=1}^{k+1} KV_i\,.$$

Контрольный код фрагмента V_i определяется из (1) как

$$KV_i = \mathrm{sign}\, V_i\, KA_i\, KB_i, \qquad (2)$$

где $KA_i = A_i \bmod M$, $KB_i = B_i \bmod M$ — контрольные коды по модулю M сомножителей A_i и B_i, соответственно.

Для получения быстродействующей схемы контроля используется разбиение МКП на фрагменты [6].

Первым определяется центрально-симметричный фрагмент

$$V_i = -A\{n - L_i + 1 \div n\}\ B\{n - L_i + 1 \div n\}\ 2^{-2n},$$

где $L_i = 2(\mathrm{Int}(k / 4) + 1)$ — размер фрагмента, равный длине кода A_i.

Младшая часть МКП содержит две подобные ей части, расположенные выше и ниже построенного фрагмента V_i. Для каждой полученной таким образом части повторяется процедура задания центрально-симметричного фрагмента до получения $L_i \le 1$.

Описанное разбиение позволяет строить блок контроля (БК) операндов по самой быстрой пирамидальной структуре. БК вычисляет контрольный код операнда и сравнивает его с входным контрольным кодом, проверяя правильность операнда. В процессе вычисления контрольного кода операнда формируются контрольные коды его частей: KA_i — для множимого и KB_i — для множителя.

Рассматривается наиболее широко используемый контроль по модулю $M = 3$.

Разряды кода мантиссы $A\{1 \div n\}$ и ее входного двухразрядного контрольного кода KA нумеруются числами натурального ряда от 1 до $n + 2$, соответственно. Следующие номера используются для обозначения внутренних точек схемы.

Вычисления проводятся по трем алгоритмам, в соответствии с которыми определяются размеры фрагментов разбиения, размеры самого разбиения и описание БК операнда.

Размеры фрагментов разбиения определяются по следующему алгоритму:

— копируется рабочее значение kr величины k;

— организуется цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $j = 0$ с шагом 1 до тех пор, пока выполняется условие $kr \geq 2$;

— внутри цикла размер центрально-симметричного фрагмента V_i вычисляется по формуле $L = ((kr >>2) + 1) << 1$ и сохраняется в массиве данных G: $G[j] = L$;

— находится новое значение $kr = kr - L$ для частей МКП, подобных ее младшей части;

— формируется массив данных H, в который заносится признак наличия вложенных в V_i фрагментов с размером 2, вычисляемый по формуле $H[j] = (k - kr + L - 1) >> 1$ (знаки “>>” и “<<” означают сдвиг на один двоичный разряд соответственно вправо и влево);

— по завершению цикла длина j массивов G и H запоминается в переменной X.

По второму алгоритму формируется массив данных D, в котором определяются размеры разбиения как произведение вектора, описанного массивом G, на матрицу **I**, составленную из разрядов двоичных кодов $i = 1 \div 2^X - 1$. Полученное произведение дополняется до $n + 2$ с шагом 4 от последнего размера, который отстоит от предыдущего более чем на 2. Алгоритм содержит следующие действия:

— определяется количество столбцов $Y = 1 << X$ матрицы **I** и обнуляется массив данных D;

— организуется цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $i = 1$ с шагом 1 до верхней границы Y;

— внутри цикла присваивается начальное значение вспомогательной переменной $e = 1$, и организуется вложенный цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $j = X$ с шагом –1 до нижней границы 0;

— во вложенном цикле проверяется условие $e \,\&\, i = 1$, при его выполнении в массиве данных D накапливается сумма элементов массива G по формуле $D[i - 1] += G[j]$;

— внутренний цикл завершается операцией удвоения переменной e;

— завершается внешний цикл вычислений;

— если последний элемент массива данных G равен двум, то количество столбцов Y уменьшается на единицу;

— организуется цикл, итерации которого нумеруются от начального значения $j = Y - 1$ с шагом 1 при выполнении условия $D[i - 1] < n + 2$;

— внутри цикла достраивается массив D по формуле $D[i] = D[i - 1] + 4$.

По третьему алгоритму строится двухмерный массив данных C, строки которого описывают ярусы схемы БК множимого с перечислением номеров узлов данного яруса по порядку. Узлом является сумматор по модулю три, выполняющий двухместную операцию. Последовательно расположенные пары элементов предыдущей строки являются операндами узлов, описанных в следующей строке. Оставшиеся непарные элементы переписываются в конец следующей строки. Подключение узлов второго и следующих ярусов к входам схемы свертки определяется нулевыми элементами массива данных C. По полученному массиву C строится массив данных A, столбцы которого описывают узлы схемы в порядке их номеров. Алгоритм содержит следующие действия:

— устанавливаются начальные значения вспомогательных переменных $P = 0$, $r = 1$, $u = n + 3$ и обнуляется массив данных C;

— организуется цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $i = 0$ с шагом 1 до верхней границы Y;

— внутри цикла при условии $D[i] - P \geq 4$ значения $P + 1 \div P + 4$ и u, $u + 1$ записываются в элементы $A[0][r] \div A[5][r]$ столбца r массива данных A, а также выполняются операции $C[1][i] = r$ и $r = r + 1$;

— цикл завершается оператором $P = D[i]$;

— переменная Y копируется в переменную Z;

— организуется цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $i = 1$ с шагом 1 при условии $Z \geq 1$;

— двоичная переменная Z сдвигается на один бит вправо, теряя младший разряд;

— организуется внутренний цикл вычислений, итерации которого нумеруются от начального значения $q = 0$ с шагом 1 до верхней границы Z;

— организуется второй внутренний цикл вычислений, переменная которого изменяется от начального значения $h = 0$ с шагом 1 до верхней границы 1;

— внутри этого цикла переменная $P = C[i - 1]\ [2q + h]$;

— кроме того, для $P = 1$ вычисляется $A[2][r] = A[4][P - 1]$ и $A[2h + 1][r] = A[5][P - 1]$, а в противном случае $h = Y - 1 - 2q$ для $i > 1$, а также $P = D[2q + h]$ и $A[2h][r] = P - 1$, $A[2h+1][r] = P$;

— завершается второй внутренний цикл вычислений;

— первый внутренний цикл завершается операциями $A[4][r] = u$, $A[5][r] = u + 1$, $u = u + 2$ и $C[i][q] = r$, $r = r + 1$;

— организуется вложенный цикл, переменная которого изменяется от начального значения $j = 2Z$ с шагом 1 до верхней границы Y;

— внутри цикла вычисляется $C[i][j - Z] = C[i - 1][j]$;

— завершаются вложенный и внешний циклы.

В силу симметричности используемого разбиения БК обоих операндов имеют одинаковую схему. Поэтому полученное в массиве данных C описание БК множимого преобразуется к описанию БК множителя смещением номеров на заданные константы.

Формальное описание БК операндов позволяет автоматизировать разработку сложно организованных средств контроля по модулю. Строится быстродействующая, экономичная схема контроля сокращенного умножения, существенно снижающая отбраковку достоверных результатов. Это обеспечивает построение экономичного матричного умножителя мантисс с высокими показателями быстродействия и достоверности результатов.

Литература

1. Drozd A. On-line testing of computing circuits at approximate data processing // Радіоелектроніка та інформатика. — 2003. — № 3. — С. 113 — 116.
2. ANSI/IEEE Std 754-1985. IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic. — New York, USA: IEEE, 1985. — 18 p.
3. Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов. — М.: Высш. шк., 1987. — 272 с.
4. Рабинович З.Л. Типовые операции в вычислительных машинах / Рабинович З.Л., Раманаускас В.А. — К.: Техника, 1980. — 264 с.
5. Drozd A.V. Hardware Check of Arithmetic Devices with Abridged Execution of Operations / Drozd A.V., Lobachev M.V., Hassonah W. // Proc. The European Design & Test Conf. — Paris (France). — 1996. — P. 611.
6. Дрозд О.В. Контроль за модулем обчислювальних пристроїв: Навч. посіб. / Одес. нац. політехн. ун-т. — Одеса: АО Бахва, 2002. — 144 с.

Поступила в редакцию 23 февраля 2005 г.