УДК 621.37:621.391.8

В.В. Палагін, канд. техн. наук, доц.,
О.М. Жила, інженер,
Черкас. держ. технол. ун-т

СИНТЕЗ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗПІЗНАВАННЯ СИГНАЛІВ НА ТЛІ АСИМЕТРИЧНИХ НЕГАУССІВСЬКИХ ЗАВАД

В.В. Палагин, А.Н. Жила. **Синтез полиномиальных алгоритмов распознавания сигналов на фоне асимметрических негауссовских шумов.** На основе адаптированного моментного критерия верхней границы вероятностей ошибок и стохастических полиномов высоких порядков разработан алгоритм распознавания сигналов, принимаемых на фоне асимметрических негауссовских шумов. Проведено исследование эффективности разработанных нелинейных алгоритмов распознавания. Создана структурная схема реализации алгоритма.

V.V. Palagin, O.M. Zhyla. **Synthesis of polynomial algorithms of signals recognition on the background of asymmetric non-gaussian noises.** On the basis of the adapted criterion of minimum of the upper border of errors probability and stochastic polynomials of higher orders the algorithms of signals recognition on a background of asymmetric non-Gaussian noises were synthesized. The efficiency of the synthesized nonlinear algorithms of signals recognition was explored. The flowchart of realization of algorithms was built.

Статистичні методи обробки сигналів характеризуються такими напрямками, як розв'язання класичних завдань виявлення, розпізнавання, фільтрації та оцінки інформативних параметрів на тлі різного роду завад. Розпізнавання сигналів, які приймаються на тлі завад, є одним з основних завдань, що розв'язуються при обробці вхідних даних в радіолокації, гідролокації, геофізиці та в системах прийняття рішень. Тому актуальним залишається питання вдосконалення існуючих та побудова нових алгоритмів та методів розпізнавання сигналів, що приймаються на тлі завад.

Для розв'язання поставлених завдань широко використовуються імовірнісні методи описання випадкових величин, зокрема, застосовуються імовірнісні критерії якості перевірки статистичних гіпотез (критерії Байеса, Вальда та ін.). Застосування таких класичних критеріїв якості не накладає обмежень на вид розподілу завад, які супроводжують реальні сигнали. Проте на практиці проектування реальних пристроїв розпізнавання сигналів відбувається як припущення гауссівського розподілу сигналу та завади, що, з одного боку, є зручною ідеалізацією математичної моделі, а з іншого боку, не відображає тонкої структури реальних природних процесів. Тому для підвищення точності розпізнавання необхідно використовувати саме негауссівські моделі сигналів та завад, як найбільш загальні [1].

Для розв'язання поставленого завдання можна використати альтернативний підхід до описання випадкових величин, зокрема моментно-кумулянтне описання. Застосування моментних критеріїв якості перевірки статистичних гіпотез дозволяє успішно розв'язати поставлені завдання виявлення та розпізнавання сигналів на тлі негауссівських завад [2, 3]. Пропонується подальший розвиток даного напрямку та проведення адаптації моментного критерію мінімуму верхньої межі ймовірностей помилок (критерій Ku), що базується на використанні степеневих стохастичних поліномів степені s і моментно-кумулянтного описання випадкових величин [4].

Нехай на вході системи спостерігається випадковий сигнал $\xi(t)$. Обробці підлягає вибірка $\vec{x} = \{x_1, x_2, ...x_n\}$ об'єму n із послідовності незалежних і однаково розподілених випадкових величин, за результатами якої необхідно прийняти рішення про виконання однієї з трьох гіпотез: H_1 — прийнято сигнал $\xi(t) = S_1 + \eta$, H_2 — прийнято сигнал $\xi(t) = S_2 + \eta$ або H_0 — прийнято заваду $\xi(t) = \eta$, де S_1 та S_2 — інформативні постійні сигнали, адитивно пов'язані з негауссівською асиметричною першого типу першого виду завадою η, що характеризується дисперсією

χ_2, коефіцієнтом асиметрії γ_3, має нульове математичне очікування та представляється у вигляді моментно-кумулянтного описання [5, 6].

Вирішальне правило (ВП) розпізнавання відповідно до поставленого завдання має вигляд

$$\begin{cases} f_{10}(\vec{x}) > 0 \\ f_{21}(\vec{x}) < 0 \end{cases} \text{— виконується гіпотеза } H_1,$$

$$\begin{cases} f_{20}(\vec{x}) > 0 \\ f_{21}(\vec{x}) > 0 \end{cases} \text{— виконується гіпотеза } H_2,$$

$$\begin{cases} f_{10}(\vec{x}) < 0 \\ f_{20}(\vec{x}) < 0 \end{cases} \text{— виконується гіпотеза } H_0,$$

де $f_{10}(\vec{x})$, $f_{20}(\vec{x})$ — вирішальні функції при виконанні гіпотез H_1, H_2 проти H_0,

$f_{21}(\vec{x})$ — вирішальна функція при виконанні однієї з двох гіпотез H_1 або H_2.

Для побудови ВП використаємо та адаптуємо моментний критерій верхньої межі ймовірності помилок. В даному випадку ВП являє собою стохастичний степеневий поліном кінцевого порядку s

$$\Lambda(\vec{x})_{sn} = \sum_{i=1}^{s} k_i^{rm} \sum_{v=1}^{n} x_v^i + k_0^{rm} \underset{H_m}{\overset{H_r}{\gtrless}} 0 \quad , \tag{1}$$

де $k_0^{rm} = -\frac{1}{2}(E_{(rm)sn}^{(r)} + E_{(rm)sn}^{(m)})$, а оптимальні коефіцієнти k_i^{rm} знаходяться згідно з умовою мінімуму адаптованого критерію Ku

$$Ku_{sn}(E,G) = \frac{G_{(10)sn}^{(1)} + G_{(10)sn}^{(0)}}{(E_{(10)sn}^{(1)} + E_{(10)sn}^{(0)})^2} + \frac{G_{(20)sn}^{(2)} + G_{(20)sn}^{(0)}}{(E_{(20)sn}^{(2)} + E_{(20)sn}^{(0)})^2} + \frac{G_{(21)sn}^{(2)} + G_{(21)sn}^{(1)}}{(E_{(21)sn}^{(2)} + E_{(21)sn}^{(1)})^2} , \tag{2}$$

$G_{(rm)sn}^{(r)}$, $G_{(rm)sn}^{(m)}$ — дисперсії,

$E_{(rm)sn}^{(r)}$, $E_{(rm)sn}^{(m)}$ — математичні очікування вирішальних функцій $f_{rm}(\vec{x})$ при гіпотезах H_r та H_m, і відповідно мають вигляд

$$E_{(rm)sn}^{(r)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{rm} m_i^r ,\ E_{(rm)sn}^{(m)} = n\sum_{i=1}^{s} k_i^{rm} m_i^m ,\ G_{(rm)sn}^{(r)} = n\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_i^r k_j^r F_{(i,j)}^r ,\ G_{(rm)sn}^{(m)} = n\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} k_{iv}^m k_{jv}^m F_{(i,j)}^m .$$

Мінімум правої частини критерію (2) забезпечується, якщо коефіцієнти k_i^{rm} знаходяться з розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s} k_i^{rm} [F_{(i,j)}^r + F_{(i,j)}^m] = m_i^r - m_i^m, \quad j = \overline{1,s} \ , \tag{3}$$

де $F_{(i,j)}^r$, $F_{(i,j)}^m$ — центральні корелянти,

m_i^r, m_i^m — початкові моменти порядку i випадкової величини ξ при виконанні гіпотез H_r та H_m відповідно [6].

Визначення. Візьмемо функціонал $Ku_{sn}(E,G)$ за критерій якості вибору ВП розпізнавання (1) і будемо вважати найкращим те правило, яке при k_0^{rm} та коефіцієнтах k_i^{rm}, знайдених з розв'язку рівнянь (3) мінімізує праву частину виразу (2). Даний критерій будемо називати критерієм верхньої межі ймовірності помилок або просто критерієм $Ku_{sn}(E,G)$.

Ефективність синтезованих ВП оцінюється значенням критерію $Ku_{sn}(E,G)$. Чим менше це значення, тим менше значення ймовірностей помилок першого та другого роду ВП (1), відповідно більш ефективний алгоритм обробки сигналів.

Подальше завдання полягає у синтезі лінійних та нелінійних ВП для побудови алгоритмів розпізнавання сигналів на базі стохастичних поліномів степеня $s = 1 - 6$.

У якості апріорної інформації про постійні сигнали S_1, S_2 та заваду η використовується моментно-кумулянтне описання сигналів, що приймаються на тлі негауссовських завад, яке, з урахуванням вказаного, повинне використовувати початкові моменти випадкової величини ξ до 12-го порядку як для гіпотез H_1, H_2 так і для альтернативи H_0.

Початкові моменти при розпізнаванні гіпотез H_1, H_2 з урахуванням того, що в обох випадках використовується однаковий тип завади, матимуть вигляд

$$m_1^p = q_p^{1/2}\chi_2^{1/2},\ \ m_2^p = (1+q_p)\chi_2,\ \ m_3^p = (3q_p^{1/2} + q_p^{3/2} + \gamma_3)\chi_2^{3/2},$$

$$m_4^p = (3 + 6q_p + q_p^2 + 4q_p^{1/2}\gamma_3)\chi_2^2,\ m_5^p = (15q_p^{1/2} + 10q_p^{3/2} + q_p^{5/2} + (10 + 10q_p)\gamma_3)\chi_2^{5/2},$$

$$m_6^p = (15 + 45q_p + 15q_p^2 + q_p^3 + (60q_p^{1/2} + 20q_p^{3/2})\gamma_3 + 10\gamma_3^2)\chi_2^3,$$

$$m_7^p = (105q_p^{1/2} + 105q_p^{3/2} + 21q_p^{5/2} + q_p^{7/2} + (105 + 210q_p + 35q_p^2)\gamma_3 + 70q_p^{1/2}\gamma_3^2)\chi_2^{7/2},$$

$$m_8^p = (105 + 420q_p + 210q_p^2 + 28q_p^3 + q_p^4 + (840q_p^{1/2} + 560q_p^{3/2} + 56q_p^{5/2})\gamma_3 + \\ +(280q_p^{5/2} + 280)\gamma_3^2)\chi_2^4\quad ,$$

$$m_9^p = (945q_p^{1/2} + 1260q_p^{3/2} + 378q_p^{5/2} + 36q_p^{7/2} + q_p^{9/2} + (1260 + 3780q_p + 1260q_p^2 + \\ +84q_p^3)\gamma_3 + (2520q_p^{1/2} + 840q_p^{3/2})\gamma_3^2 + 280\gamma_3^3)\chi_2^{9/2}\quad ,$$

$$m_{10}^p = (945 + 4725q_p + 3150q_p^2 + 630q_p^3 + 45q_p^4 + q_p^5 + (12600q_p^{1/2} + 12600q_p^{3/2} + \\ +2520q_p^{5/2} + 120q_p^{7/2})\gamma_3 + (6300 + 12600q_p + 2100q_p^2)\gamma_3^2 + 2800q_p^{1/2}\gamma_3^3)\ \ \chi_2^5\ \ ,$$

$$m_{11}^p = (10395q_p^{1/2} + 17325q_p^{3/2} + 6930q_p^{5/2} + 990q_p^{7/2} + 55q_p^{9/2} + q_p^{11/2} + (17325 + 69300q_p + \\ +34650q_p^2 + 4620q_p^3 + 165q_p^4)\gamma_3 + (69300q_p^{1/2} + 46200q_p^{5/2} + 4620q_p^{5/2})\gamma_3^2 + \\ +()15400 + 15400q_p\gamma_3^3)\chi_2^{11/2}\quad ,$$

$$m_{12}^p = (10395 + 62370q_p + 51975q_p^2 + 13860q_p^3 + 1485q_p^4\ \ + 66q_p^5 + q_p^6 + \\ +(207900q_p + 277200q_p^{3/2} + 83160q_p^{5/2} + 7920q_p^{7/2} + 220q_p^{9/2})\gamma_3 + \\ +(138600 + 415800q_p + 138600q_p^2 + 9240q_p^3)\gamma_3^2 + (184800q_p^{1/2} + 61600q_p^{3/2})\gamma_3^3 + \\ +15400)\gamma_3^4)\chi_2^6\quad ,$$

де $q_p = \dfrac{S_p^2}{\chi_2}$ — відношення сигнал/шум по потужності при реалізації гіпотези H_p, $p = \overline{1,2}$.

Початкові моменти при розпізнаванні альтернативи H_0 матимуть вигляд

$$m_1^0 = 0,\ m_2^0 = \chi_2,\ m_3^0 = \gamma_3\chi_2^{3/2},\ m_4^0 = 3\chi_2^2,\ m_5^0 = 10\gamma_3\chi_2^{5/2},$$

$$m_6^0 = (15 + 10\gamma_3^2)\chi_2^3,\ m_7^0 = 105\gamma_3\chi_2^{7/2},\ m_8^0 = (105 + 280\gamma_3^2)\chi_2^4,$$

$$m_9^0 = (1260\gamma_3 + 280\gamma_3^3)\chi_2^{9/2},\ m_{10}^0 = (945 + 6300\gamma_3^2)\chi_2^5,$$

$$m_{11}^0 = (17325\gamma_3 + 15400\gamma_3^3)\chi_2^{11/2},\ m_{12}^0 = (10395 + 138600\gamma_3^2 + 15400\gamma_3^4)\chi_2^6.$$

Відповідно центральні корелянти $F^{r}_{(i,j)}$, $F^{m}_{(i,j)}$ знаходяться з виразу $F^{k}_{(i,j)} = m^{k}_{(i,j)} - m^{k}_{i} m^{k}_{j}$, $k = \overline{0,2}$ аналогічно як для гіпотез H_1, H_2 так і для альтернативи H_0.

Розглянемо побудову ВП розпізнавання сигналів при різних значеннях степеня s стохастичного поліному (1).

Проведемо синтез вирішальної функції при степені $s = 1$. В цьому випадку коефіцієнти k_i^{rm} визначаються за (3), що мають вигляд

$$k_1^{rm}[F^{r}_{(1,1)} + F^{m}_{(1,1)}] = m_1^r - m_1^m, \quad v = \overline{1,n} \ ,$$

і, відповідно, мають значення

$$k_1^{10} = k_1^{20} = \frac{\sqrt{q_1}}{2\sqrt{\chi_2}}\,;\; k_1^{21} = \frac{\sqrt{q_2} - \sqrt{q_1}}{2\sqrt{\chi_2}}\,.$$

Тоді вирішальні функції при степені $s = 1$ мають вигляд

$$f_{p0}(\vec{x})_{1n} = \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v - \frac{\sqrt{q_p \chi_2}}{2} \overset{H_p}{\underset{H_0}{\gtrless}} 0 \quad , \; f_{21}(\vec{x})_{1n} = \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v - \frac{\sqrt{\chi_2}}{2}\left(\frac{q_2 - q_1}{\sqrt{q_2} - \sqrt{q_1}}\right) \overset{H_2}{\underset{H_1}{\gtrless}} 0 \quad . \tag{4}$$

Відмітимо, що отримані вирішальні функції (4) аналогічні виразам, отриманим при застосуванні імовірнісного критерію суми ймовірностей помилок першого та другого роду у випадку, коли розглядається гауссівська завада [7].

Верхня межа імовірності помилок першого і другого роду ВП (значення критерію Ku_{1n}) при степені $s = 1$

$$Ku_{1n} = \frac{2(q_1 - \sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2)^2}{q_1 q_2 (\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})^2}\,.$$

При степені стохастичного поліному $s = 2$ отримаємо ВП розпізнавання, що в загальному випадку має вигляд

$$f_{p0}(\vec{x})_{2n} = k_1^{p0}\sum_{v=1}^{n} x_v + k_2^{p0}\sum_{v=1}^{n} x_v^2 + k_0^{p0} \overset{H_p}{\underset{H_0}{\gtrless}} 0,$$

$$f_{21}(\vec{x})_{2n} = k_1^{21}\sum_{v=1}^{n} x_v + k_2^{21}\sum_{v=1}^{n} x_v^2 + k_0^{21} \overset{H_2}{\underset{H_1}{\gtrless}} 0, \quad p = \overline{1,2}.$$

Коефіцієнти k_i^{rm} знаходяться з розв’язання системи рівнянь (2), що для полінома степені $s = 2$ має вигляд

$$\begin{cases} k_1^{rm}(F^{r}_{(1,1)} + F^{m}_{(1,1)}) + k_2^{rm}(F^{r}_{(1,2)} + F^{m}_{(1,2)}) = m_1^r - m_1^m, \\ k_1^{rm}(F^{r}_{(2,1)} + F^{m}_{(2,1)}) + k_2^{rm}(F^{r}_{(2,2)} + F^{m}_{(2,2)}) = m_2^r - m_2^m. \end{cases}$$

Звідси отримаємо коефіцієнти для $f_{p0}(\vec{x})_{2n}$

$$k_0^{p0} = \frac{2q_p - 2\sqrt{q_p}\gamma_3 + q_p^2}{4\gamma_3^2 - 4q_p - 8},\; k_1^{p0} = \frac{\sqrt{q_p}(2 + q_p + \sqrt{q_p}\gamma_3)}{2\sqrt{\chi_2}(2 + q_p - \gamma_3^2)},\; k_2^{p0} = \frac{\sqrt{q_p}\gamma_3}{2(2 + q_p - \gamma_3^2)\chi_2}\,. \tag{5}$$

Відповідно коефіцієнти для вирішальної функції $f_{21}(\vec{x})_{2n}$

$$k_0^{21} = \frac{(\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})(q_1^{3/2} + 2\sqrt{q_2} - q_1\sqrt{q_2} + q_2^{3/2} - 2\gamma_3 + \sqrt{q_1}(2 - q_2 + 2\sqrt{q_2}\gamma_3))}{4(2 + q_1 - 2\sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2 - \gamma_3^2)},$$

$$k_1^{21} = -\frac{(\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})(2 + q_1 + q_2 + \sqrt{q_2}\gamma_3 + \sqrt{q_1}(\gamma_3 - 2\sqrt{q_2}))}{4(2 + q_1 - 2\sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2 - \gamma_3^2)\sqrt{\chi_2}},$$

$$k_1^{21} = -\frac{(\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})\gamma_3}{4(2 + q_1 - 2\sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2 - \gamma_3^2)\chi_2}.$$

Значення критерію Ku_{2n} при степені $s = 2$

$$Ku_{2n} = 2\left[\frac{2 + q_1 - \gamma_3^2}{2q_1 + q_1^2} + \frac{2 + q_2 - \gamma_3^2}{2q_2 + q_2^2} + \frac{2 + q_1 - 2\sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2 - \gamma_3^2}{(\sqrt{q_1} - \sqrt{q_2})^2(2 + q_1 - 2\sqrt{q_1}\sqrt{q_2} + q_2)}\right]. \tag{6}$$

Аналізуючи вираз (6), можемо сказати, що значення критерію Ku_{2n} залежить не лише від відношень сигнал/шум q_1 та q_2 на вході пристрою, а також від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 негауссівської асиметричної завади першого типу першого виду, на тлі якої приймаються корисні сигнали.

Аналогічно синтезовані ВП розпізнавання та знайдені оптимальні коефіцієнти k_i^{rm} для степенів стохастичних поліномів $s = 3...6$.

Ефективність отриманих ВП розпізнавання оцінювалася відношенням значень критеріїв Ku_S / Ku_1. При моделюванні ефективності побудованих ВП видно, що зі збільшенням степеня полінома ВП до $s = 2...6$ отримаємо принципово нові результати. Отримані результати показують, що побудовані нелінійні ВП розпізнавання характеризуються меншим значенням верхньої межі імовірності помилок в порівнянні з добре вивченими лінійними ВП, які є оптимальними для гауссівської завади. Проте конкретні результати будуть залежати від значень q_1, q_2 та коефіцієнта асиметрії негауссівської завади γ_3 [3]. При степені $s = 1$ ВП лінійне і аналогічне виразу, здобутому з класичного імовірнісного критерію суми ймовірностей помилок [7].

На основі отриманих ВП розпізнавання (при $s = 1...6$) побудована структурна схема алгоритму розпізнавання сигналів, що приймаються на тлі негауссівських завад (див. рисунок).

Схема складається з шести послідовних степеневих блоків обробки вибірки сигналу, кожен з яких відповідає вирішальному правилу при різних степенях $s = 1...6$ відповідно та вирішуючих пристроїв. В блоках обробки здійснюється операції додавання та перемноження вибірки на відповідні коефіцієнти k_i^{rm}. Результат проведених операцій додається з пороговим коефіцієнтом k_0^{rm}, а далі надходить на вирішуючий пристрій. Вирішуючі пристрої здійснюють розрізнення гіпотез і, таким чином, система визначає, який з двох сигналів присутній.

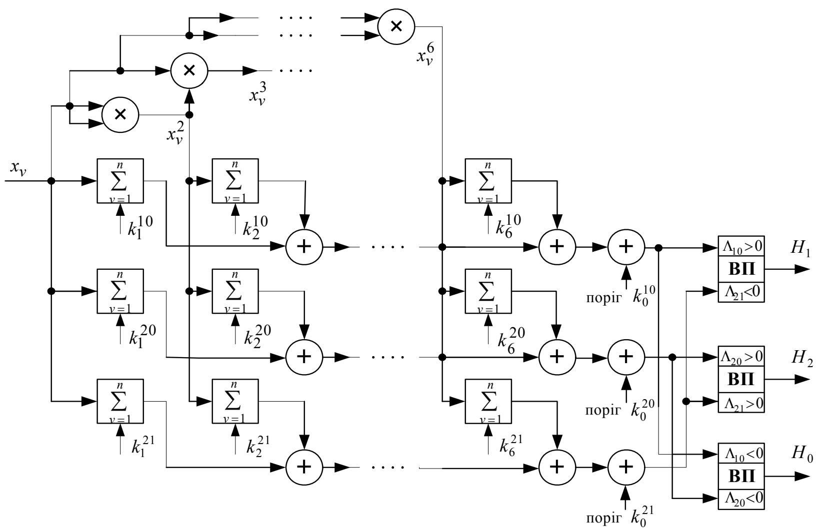
Вибір кількості степеневих блоків обробки здійснювався виходячи з того, що при підвищенні степеня ВП більше 6 ($s > 6$) підвищення ефективності ВП незначне. Окрім цього, не виправдано збільшується складність математичних операцій алгоритму і практична реалізація пристрою.

Синтезований алгоритм розпізнавання може бути реалізований на основі застосування сучасних сигнальних процесорів (DSP).

Таким чином, набула подальшого розвитку теорія перевірки статистичних гіпотез на основі проведення адаптації моментного критерію верхньої межі імовірностей помилок. Синтезовані нелінійні алгоритми розпізнавання сигналів на тлі негауссівських асиметричних завад при застосуванні поліноміальних ВП вищих порядків та з використанням моментно-кумулянтного опису випадкових величин.

Синтезовано нелінійні ВП розпізнавання двох постійних сигналів S_1 та S_2, що приймаються на тлі негауссівської асиметричної першого типу першого виду завади η до степеня $s = 6$. Показано, що з підвищенням степеня нелінійності стохастичного поліному та з врахуванням тонкої структури негауссівської завади коефіцієнта асиметрії γ_3 значення верхньої межі ймовірностей помилок першого та другого роду отриманих ВП знижується. Відповідно до цього підвищується ефективність синтезованих ВП розпізнавання.

Проведене моделювання ВП розпізнавання дозволяє стверджувати про зростання ефективності розроблених нелінійних алгоритмів в порівнянні з класичним лінійним в завданнях розпізнавання сигналів на тлі негауссівських завад.



Структурна схема алгоритму розпізнавання двох постійних сигналів при застосуванні поліноміальних ВП степеняі $s = 1...6$

Синтезований алгоритм розпізнавання та побудована структурна схема розпізнавання сигналів можуть бути реалізовані для проектування ефективних високоточних пристроїв обробки сигналів, що приймаються в складних завадових ситуаціях в сучасних телекомунікаційних системах, системах зв'язку, радіолокації, гідроакустиці та ін.

Література

1. Шелухин О.И. Негауссовские процессы / Шелухин О.И., Беляков И.В. — СПб.: Политехника, 1992. — 312 с.
2. Кунченко Ю.П. Построение моментного критерия качества типа Неймана-Пирсона для проверки простых статистических гипотез / Кунченко Ю.П., Палагин В.В. // Вісн. Інженер. акад. України. — 2005. — № 1. — С. 26 — 30.
3. Кунченко Ю.П. Проверка статистических гипотез при использовании полиномиальных решающих правил, оптимальных по моментному критерию суммы асимптотических вероятностей ошибок / Кунченко Ю.П., Палагин В.В. // Радиоэлектроника и автоматика. — 2006. — № 3(34). — С. 4 — 11.
4. Кунченко Ю.П. Разработка нелинейных обнаружителей сигналов при негауссовых помехах, оптимальных по дисперсионных критериям / Кунченко Ю.П., Палагин В.В., Мартыненко С.С. // Тр. 2-й междунар. конф. по радиосвязи, звуковому и телевиз. вещанию (УкрТелеком-95). — Одесса, 1995. — С. 440 — 443.
5. Кунченко Ю.П. Полиномиальные оценки параметров близких к гауссовским случайным величинам. Ч. I. — Черкассы: ЧИТИ, 2001. — 133 с.
6. Кунченко Ю.П. Стохастические полиномы. — К.: Наук. думка, 2006. — 276 с.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1969. — 752 с.

Надійшла до редакції 10 травня 2007 р.