

УДК 621.923

В.П. Ларшин, д-р техн. наук, проф., Одес. нац. политехн. ун-т,
Н.В. Лищенко, канд. техн. наук, Одес. нац. акад. пищевых технологий

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРОФИЛЬНОГО ШЛИФОВАНИЯ

В.П. Ларшин, Н.В. Лищенко. Комп'ютерне моделювання технологічної системи профільного шліфування. Наведено методику побудови геометричної моделі зони контакту шліфувального круга з виробом і спосіб оцінки її точності шляхом порівняння з математичною моделлю.

В.П. Ларшин, Н.В. Лищенко. Компьютерное моделирование технологической системы профильного шлифования. Приведена методика построения геометрической модели зоны контакта шлифовального круга с изделием и способ оценки ее точности путем сравнения с математической моделью.

V.P.Larshin, N.V. Lishchenko. Profile Grinding Technological System Computer Simulation. A contact zone between a grinding wheel and a work geometrical model construction technique is presented as well as a way of estimating its accuracy by comparison with the mathematical model.

Температурное поле в зоне профильного шлифования является результатом влияния на него комплекса геометрических, теплофизических и технологических параметров. Поэтому при моделировании температурного поля и при управлении процессом по температурному критерию необходимо, прежде всего, сформировать адекватную геометрическую модель зоны контакта. До появления современных САД систем конструкторского проектирования такие задачи решались исключительно математическим путем, т.е. путем создания соответствующей математической модели, описывающей геометрию зоны контакта шлифовального круга и заготовки. Следует отметить, что сложность задачи определяется не только сложностью математической модели зоны контакта, но также сложностью соответствующей исследуемой характеристики (оценочной функции). В качестве такой характеристики использовалась площадь пятна контакта. Как правило, такой подход сопровождался определенными допущениями, позволяющими упростить математическую модель таким образом, чтобы по уравнениям этой модели выполнять практические расчеты оценочной функции. Однако в этом случае нельзя было оценить погрешность этих расчетов, например, погрешность определения площади пятна контакта. Противоречие заключалось в том, что математическая модель, являясь потенциально самой точной, упрощалась исходя из возможностей выполнения практических расчетов. Кроме того, было замечено, что усложнение схемы обработки резко усложняет математическую модель. Например, учет в математической модели угла подъема резьбы при резьбошлифовании, несущественно влияя на геометрию зоны контакта, резко усложняет математическую модель и исследуемую характеристику — площадь пятна контакта.

Появление современных САД систем конструкторского проектирования (Unigraphics, Solid Works, T-Flex, Pro/Engineer, Autodesk Inventor и т.п.) позволило непосредственно создавать и количественно исследовать по геометрической модели параметры виртуальной зоны контакта. Однако полученные таким образом численные значения геометрических параметров, например значение площади пятна контакта, нельзя оценить по точности, поскольку нет эталона для сравнения. Данные из эксперимента, который, как известно, является критерием истины, не могут быть использованы в качестве эталона для сравнения, поскольку эксперимент сопровождается появлением дополнительных погрешностей, связанных с погрешностью средств измерения, а часто и невозможен из-за отсутствия таких средств.

Сущность предлагаемого подхода заключается в оценке точности геометрической модели по результатам определения параметров оценочной функции одновременно двумя методами: измерениями параметров виртуальной геометрической модели (с использованием встроенного в САД систему аппарата измерений) и вычислениями одноименных параметров по уравнению независимо полученной математической модели. Причем, модель зоны контакта в САД системе построена для таких случаев, когда математическая модель этой зоны не содержит никаких допущений. В этом случае преимущество по точности имеет математическая модель и, следовательно, она может быть использована в качестве эталона для оценки теоретически возможной погрешности геометрической модели виртуальной зоны контакта. Такой подход соответствует принятому в метрологии методу оценки какого-либо измерительного средства с применением одноименного средства повышенной точности. Положительное решение проблемы «аттестации» геометрической модели зоны контакта в среде САД системы позволит в дальнейшем исследовать с помощью, например, Autodesk Inventor или Solid Works, более сложные случаи, но уже без использования математической модели. В том числе исследовать потенциальные возможности по точности технологических систем финишной обработки, что особенно важно с точки зрения тенденции развития нанотехнологий.

Для составления математической модели зоны контакта круга с заготовкой выбрана схема плоского профильного шлифования с полукруглой формой профиля. Радиус профиля круга $r = 3,07$ мм, диаметр шлифовального круга $D = 400$ мм, глубина шлифования на первом проходе $t = 0,5$ мм. Выбор этой схемы обусловлен сравнительной простотой математической модели зоны контакта. Хотя даже в этом случае оценочная функция – площадь пятна контакта – выражается двойным интегралом по области, лежащей в плоскости, отсекающей участок поверхности с высотой $t = 3,07$ мм от наиболее удаленной точки профиля шлифовального круга. Переход к наружному резьбошлифованию с полукруглым профилем резьбы принципиально не изменяет задачу и отличается только заданием кривизны указанной плоскости (замене плоскости цилиндром — заготовкой).

Двухмерная схема геометрической модели для указанного случая содержит три вида, которые дают общее представление о зоне резания (рис. 1).

Для твердотельного моделирования этой схемы в САД системе Autodesk Inventor выполняются необходимые построения. Получают твердотельную модель шлифовального круга. Выбирают рабочую плоскость, совмещенную со стандартной плоскостью (рис. 2). Зафиксированное положение рабочей плоскости соответствует положению плоскости C на рисунке 1.

Для построения математической модели зоны контакта получим уравнение рабочей (тороидальной) поверхности шлифовального круга. Тороидальная поверхность образуется путем вращения окружности, описываемой уравнением $F(z, x) = 0$, вокруг оси Z (см. рисунок 1, а и б). Уравнение $F(z, x) = 0$ в рассматриваемом случае (координатная плоскость XOZ) имеет вид

$$z^2 + (x - R_k)^2 - r^2 = 0. \quad (1)$$

Для получения уравнения поверхности, образованной вращением окружности (1), лежащей в плоскости (линия L_1), нужно в уравнении (1) вместо переменной x подставить $\pm \sqrt{x^2 + y^2}$. Получим

$$z^2 + \left(\pm \sqrt{x^2 + y^2} - R_k \right)^2 = r^2. \quad (2)$$

Так как $R_k > r$, то перед внутренним радикалом в формуле (2) следует взять знак “+” (тор представляет собой как бы “бублик с отверстием”, если вместо знака “+” взять знак “-”, то тор будет представлять собой “бублик без отверстия”).

Преобразуем уравнение (2) к виду

$$z = \pm \sqrt{r^2 - R_k^2 - (x^2 + y^2) + 2R_k \sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (3)$$

Знаки “+” и “-” перед правой частью формулы (4) относятся соответственно к левой и правой поверхностям тора (расположены слева и справа от плоскости XOY).

Уравнение (3) является искомым уравнением рабочей (тороидальной наружной) поверхности шлифовального круга, если $x > R_k$. Эта поверхность пересекается плоскостью (наружная плоскость заготовки до обработки), уравнение которой в принятой системе координат (см. рисунок 1) имеет вид

$$x = R_k + r - t = \frac{D}{2} - t. \quad (4)$$

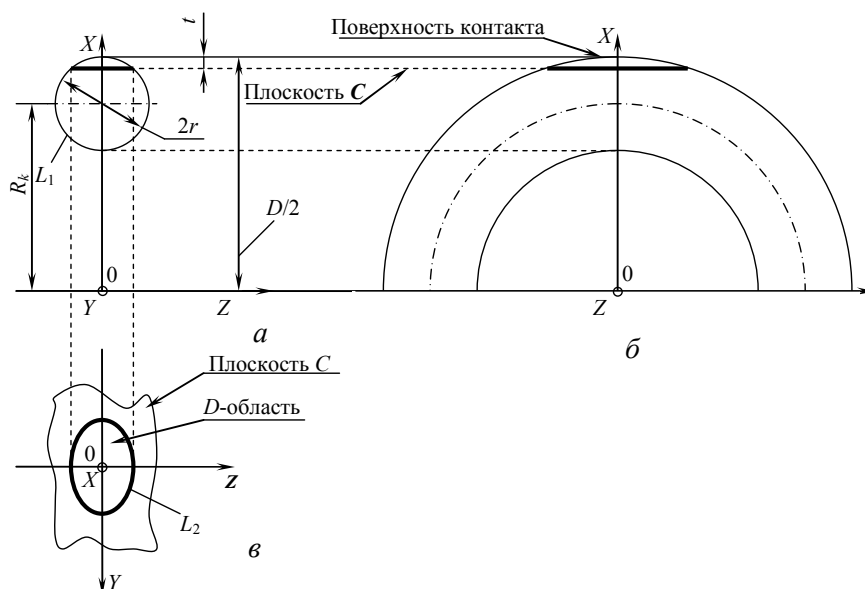


Рис. 1. Двухмерная схема формирования поверхности контакта при шлифовании профильной канавки на плоскошлифовальном станке

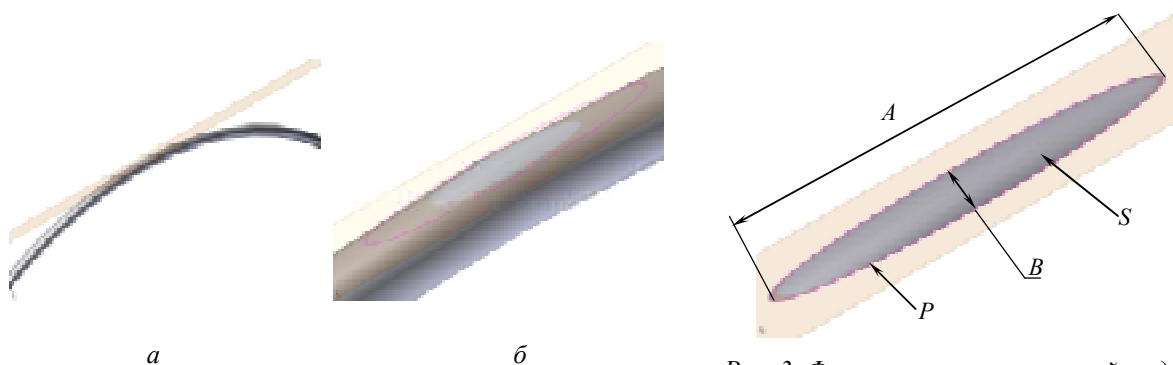


Рис. 2. Фрагменты геометрической модели в системе Autodesk Inventor: общий вид до (а) и после (б) увеличения

Рис. 3. Фрагмент геометрической модели в системе Autodesk Inventor для измерения геометрических параметров зоны шлифования: продольного A и поперечного B размеров, а также площади S поверхности контакта и периметра P

Здесь $R_k = \frac{D}{2} - r$.

Уравнения (3) и (4) определяют уравнение линии в секущей плоскости C . Эта линия одновременно принадлежит рабочей поверхности круга и обрабатываемой плоскости C . Для по-

лучения уравнения этой линии (линия L_2) после совместного решения уравнений (3) и (4) получаем

$$z(y) = \pm \sqrt{r^2 - R_k^2 - (R_k + r - t)^2 - y^2 + 2R_k \sqrt{(R_k + r - t)^2 + y^2}}. \quad (5)$$

Уравнение (5) является искомым уравнением линии контакта (линии L_2) в обрабатываемой плоскости C , которая расположена параллельно координатной плоскости $Y0Z$. Пользуясь этим уравнением, можно аналитически определить большую A и малую B диагонали зоны контакта, а также периметр P , равный длине линии L_2 (рисунки 1 и 3).

Принимая в уравнении (5) $z = 0$ и $y = 0$, получим

$$y = \pm \sqrt{t(2(R_k + r) - t)} = \pm \sqrt{t(D - t)}, \quad (6)$$

$$z = \pm \sqrt{t(2r - t)}. \quad (7)$$

Следовательно,

$$A = 2|y| = 2\sqrt{t[D - t]}, \quad (8)$$

$$B = 2|z| = 2\sqrt{t(2r - t)}. \quad (9)$$

Подставляя принятые численные значения параметров t, D и в формулы (8) и (9), получим

$$A = 2\sqrt{0,5[400 - 0,5]} = 2 \cdot 14,133294 = 28,266588 \text{ мм},$$

$$B = 2\sqrt{0,5(2 \cdot 3,07 - 0,5)} = 2 \cdot 1,6792855 = 3,358571 \text{ мм}.$$

Площадь участка поверхности, отсекаемого плоскостью C (плоской обрабатываемой поверхностью), которая описывается уравнением (4), находим исходя из следующих соображений. Уравнение (3), представленное в виде $z = f(x, y)$, преобразуем к виду $x = f(y, z)$. Получаем

$$x = \pm \sqrt{(R_k^2 + r^2) + 2R_k \sqrt{r^2 - z^2} - z^2 - y^2}. \quad (10)$$

Площадь S участка поверхности по D -области, расположенной в плоскости $Y0Z$ (область, ограниченная линией L_2 и являющаяся проекцией поверхности контакта на плоскость $Y0Z$), определяем по известной формуле [1]

$$S = \iint_{(D)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2} dz dy = 4 \int_0^{A/2} \int_0^{z(y)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2} dz dy. \quad (11)$$

Верхний предел $z(y)$ во внутреннем интеграле формулы (11) выражается зависимостью (6), в которой вместо знака “ \pm ” взят знак “ $+$ ”.

На основании уравнения (11) находим

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 = \frac{y^2}{R_k^2 \pm 2R_k \sqrt{r^2 - z^2} - z^2 - y^2 + r^2}, \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 = \frac{z^2 \left(\frac{\mp R_k}{\sqrt{r^2 - z^2}} - 1\right)^2}{R_k^2 \pm 2R_k \sqrt{r^2 - z^2} - z^2 - y^2 + r^2}. \quad (13)$$

Периметр пятна контакта [2]

$$P = 2 \cdot \int_{-B/2}^{+B/2} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y(z)}{\partial z} \right)^2} dz. \quad (14)$$

В уравнении (14) функция $y(z)$ представляет собой уравнение линии, которая ограничивает зону контакта, причем

$$y(z) = \sqrt{-z^2 + 2rt - t^2 - 2rR_k + 2R_k t + 2R\sqrt{r^2 - z^2}}. \quad (15)$$

Результаты вычисления (по формулам в среде MathCAD) и измерения (в среде Solid Works и Autodesk Inventor) геометрических параметров зоны контакта приведены в таблице.

Погрешности между теоретическими расчетами геометрических параметров и результатами их измерений

Название и обозначение параметра	Теоретическое значение, мм	Погрешность, %	Измерение в Solid Works, мм	Измерение в Autodesk Inventor, мм
Большая диагональ A	28,26658	—	28,26641	28,26632
Малая диагональ B	3,35857	—	3,35857	3,35857
Периметр контакта S	57,79600	0,019	57,80675	57,79676
Площадь контакта P	78,65378	0,012	78,66322	78,65109

Видно, что погрешности между результатами вычисления параметров и одноименными результатами их измерения или практически отсутствуют, или составляют незначительную величину (не более 0,02 %), которая сопоставима с различием между одноименными измерениями в Solid Works и в Autodesk Inventor.

Таким образом, доказана достоверность измерительных данных, характеризующих геометрические параметры зоны резания (включая периметр и площадь контакта), величины которых получают непосредственным измерением в виртуальных средах Solid Works и Autodesk Inventor. Учитывая, что аналитический расчет геометрических параметров зоны резания при шлифовании возможен только в редких частных случаях (при существенных принятых допущениях), предлагаемый метод измерения геометрических параметров имеет большие перспективы. Например, предварительная информация по проектированию алмазных правящих роликов для правки одно- и многониточных резьбошлифовальных кругов может быть получена на основании исследования взаимосвязей между допусками на параметры изготавливаемой резьбы винта и допускаемыми погрешностями расположения алмазного правящего ролика с учетом допусков, характеризующих точность изготовления профиля этого ролика.

Литература

1. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев — М.: Наука, 1981. — 720 с.
2. Мышкис, А.Д. Лекции по высшей математике / А.Д. Мышкис. — М.: Наука, 1973. — 640 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Тонконогий В.М.

Поступила в редакцию 7 июля 2008 г.