

КОМПЕНСАЦИОННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ВИДЕ ЯДЕР ВОЛЬТЕРРА

В.Д. Павленко. Компенсаційний метод ідентифікації нелінійних динамічних систем у вигляді ядер Вольєрра. Розглядається метод детермінованої ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі рядів Вольєрра у часовій області. Як тестові впливи використовуються поліімпульсні сигнали. Обґрунтовується алгоритм ідентифікації ядер Вольєрра для одновимірних і багатовимірних систем. Показано, що вибором параметрів послідовності імпульсів — тривалості, амплітуди і затримки між імпульсами — можна отримати оптимальні за точністю оцінки довільних перетинів ядер Вольєрра.

В.Д. Павленко. Компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерра. Рассматривается метод детерминированной идентификации нелинейных динамических систем на основе рядов Вольтерра во временной области. В качестве тестовых воздействий используются полиимпульсные сигналы. Обосновывается алгоритм идентификации ядер Вольтерра для одномерных и многомерных систем. Показано, что выбором параметров последовательности импульсов — длительности, амплитуды и задержки между импульсами — можно получить оптимальные по точности оценки произвольных сечений ядер Вольтерра.

V.D. Pavlenko. The compensation method for identifying the nonlinear dynamic systems in the form of Volterra kernels. The method of deterministic identification of the nonlinear dynamic systems on the basis of the Volterra series in time domain is considered. Polypulse signals are used as test actions. The algorithm of identifying the Volterra kernels for univariate and multivariate systems is substantiated. It is shown that by choosing the parameters of pulse sequences, namely, duration, amplitude and delay between pulses, it is possible to get accuracy-optimal estimates of the arbitrary sections of Volterra kernels.

Методи математического моделирования и эксперимент [1, 2] являются основными средствами исследования сложных нелинейных динамических систем (НДС), для описания которых в последнее время широко используются интегростепенные ряды Вольтерра (РВ) [3...6]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью многомерных весовых функций — ядер Вольтерра (ЯВ). Задача идентификации НДС — построения модели в виде РВ — заключается в определении многомерных ЯВ на основе данных экспериментальных исследований системы “вход-выход”.

Идентификация по сути своей относится к обратным задачам, при решении которых возникают серьезные трудности вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи: получаемые решения оказываются неустойчивыми к погрешностям исходных данных — измерений откликов идентифицируемой системы [4]. Кроме того, поскольку при использовании моделей в виде РВ измеряется $y(t)$ — суммарный отклик исследуемой НДС на тестовый сигнал $x(t)$, возникает проблема разделения отклика НДС на парциальные составляющие (ПС) $y_n(t)$, соответствующие отдельным членам РВ [7].

Известен компенсационный метод детерминированной идентификации с использованием тестовых импульсных сигналов для НДС, которые точно описываются интегростепенным полиномом Вольтерра [8]. При этом степень полинома N известна, что существенно ограничивает область применимости метода. Применение метода идентификации для НДС с неизвестной структурой типа “черный ящик” приводит к методическим ошибкам, стремление уменьшить которые сопряжено с ростом случайной погрешности в оценках ЯВ, обусловленной неустойчивостью алгоритма идентификации к шумам и погрешностям исходных данных — измерений откликов. Преимуществом же метода по сравнению со статистическими методами идентификации [9] является сравнительная простота обработки экспериментальных данных и реализации тестовых сигналов. Представляет интерес анализ погрешностей, возникающих при применении указанного метода идентификации для НДС с неизвестной структурой в условиях реального эксперимента.

Дается теоретическое обоснование компенсационного метода идентификации НДС на основе РВ во временной области с использованием тестовых полиимпульсных сигналов [8], исследуется

эффективность — точность и помехоустойчивость — вычислительных алгоритмов определения многомерных ЯВ. Для повышения вычислительной устойчивости рассматриваемых алгоритмов компенсационного метода идентификации применяются процедуры шумоподавления к получаемым оценкам многомерных ЯВ, основанные на вейвлет-преобразовании [10, 11].

Для непрерывной НДС связь между входным $x(t)$ и выходным $y(t)$ сигналами при нулевых начальных условиях может быть представлена РВ

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n x(t - \tau_r) d\tau_r, \quad (1)$$

где $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ — ЯВ n -го порядка, функция симметричная относительно вещественных переменных $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$;

t — текущее время.

Для описания НДС со многими входами и выходами используется многомерный РВ

$$y_j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i_1=1}^{\nu} \dots \sum_{i_n=1}^{\mu} \int_0^t \dots \int_0^t w_{i_1 i_2 \dots i_n}^j(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{k=1}^n x_k(t - \tau_k) d\tau_k, \quad j = \overline{1, \mu}, \quad (2)$$

где $y_j(t)$ — отклик НДС на j -м выходе в текущий момент времени t при нулевых начальных условиях;

$x_1(t), \dots, x_{\nu}(t)$ — входные сигналы;

$w_{i_1 i_2 \dots i_n}^j(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ — ЯВ n -го порядка по i_1, i_2, \dots, i_n входам и j -му выходу, функции

симметричные относительно вещественных переменных $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$;

ν, μ — количество входов и выходов НДС, соответственно.

На практике РВ заменяют полиномом и обычно ограничиваются несколькими первыми членами ряда. Процедура идентификации НДС во временной области заключается в выделении ПС $y_n(t)$ и определении на основе ее ЯВ $w_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$.

С целью теоретического обоснования компенсационного метода идентификации НДС рассматривается вывод РВ.

Пусть $x_k(\tau)$ — ступенчатая функция, т.е. функция, принимающая постоянные значения $x_l(l = \overline{1, k})$ в каждом из промежутков $\left(\frac{l-1}{k}t, \frac{l}{k}t\right)$, на которые разбивается отрезок $[0, t]$ — интервал наблюдения. Для функций $x_k(\tau)$ такого вида функционал $F[x_k(t), 0 \leq \tau \leq t] = y(t)$ при каждом фиксированном k превращается в функцию $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ от переменных x_1, x_2, \dots, x_k .

Известно, что всякая непрерывная функция может быть получена как предел равномерно сходящейся последовательности ступенчатых функций $x_k(\tau)$ [12]. При этом непрерывный функционал $F[x(t), 0 \leq \tau \leq t]$ определяется в каждой точке такого множества, как предел последовательности значений функций $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$, при условии, что $x_k(\tau) \rightarrow x(\tau)$ в смысле рассматриваемой сходимости. Следовательно, этот функционал будет определен, если будут известны функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Метод перехода от конечного к бесконечному [13] состоит в выводе свойств функционала $F[x(t), 0 \leq \tau \leq t]$ из свойств функции $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

С целью выяснения физического смысла ЯВ применение этого метода рассматривается при выводе РВ. Функция $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ раскладывается в ряд Тейлора в некоторой окрестности точки $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$

$$\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = \tilde{y}_k(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) + \sum_{l=1}^k \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \Big|_{x^0} \Delta x_l + \frac{1}{2!} \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \Big|_{x^0} \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} + \dots, \quad (3)$$

где $\Delta x_l = x_l - x_l^0$.

Пусть $x^0 = 0$ и $\tilde{y}_k(0, 0, \dots, 0) = 0$, т.е. система до подачи входного воздействия находится в состоянии покоя. Вообще говоря, функция $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k)$ зависит также от параметра t , т.е. $\tilde{y}_k(t, x_1, x_2, \dots, x_k)$, тогда выражение (3) можно записать в виде

$$y(t) = F[x(t), 0 \leq \tau \leq t] = \sum_{l=1}^k w_1(t, \tau_l) \Delta x_l \Delta \tau_l + \sum_{l_1=1}^k \sum_{l_2=1}^k w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) \Delta x_{l_1} \Delta x_{l_2} \Delta \tau_{l_1} \Delta \tau_{l_2} + \dots, \quad (4)$$

где $\Delta \tau_l = \tau_l - \tau_{l-1} = \Delta \tau = \frac{t}{k}$;

$$w_1(t, \tau_l) = \frac{1}{\Delta \tau} \left. \frac{\partial \tilde{y}_k}{\partial x_l} \right|_{x=0},$$

$$w_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) = \frac{1}{2!(\Delta \tau)^2} \left. \frac{\partial^2 \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \partial x_{l_2}} \right|_{x=0},$$

...

$$w_n(t, \tau_{l_1}, \dots, \tau_{l_n}) = \frac{1}{n!(\Delta \tau)^n} \left. \frac{\partial^n \tilde{y}_k}{\partial x_{l_1} \dots \partial x_{l_n}} \right|_{x=0}.$$

Из выражения (4), после перехода к пределу при $\Delta \tau \rightarrow 0$ или $k \rightarrow \infty$, получается РВ (1).

Приближенное представление произвольной функции $x(\tau)$ в виде ступенчатой $x_k(\tau)$ эквивалентно представлению входного сигнала в виде суммы k импульсов длительностью $\Delta \tau$ и амплитудами $x(\tau_l) = x_l$, вплотную следующих друг за другом. В выражениях (5) следует перейти к малым конечным приращениям $\Delta \tilde{y}_k$ и Δx при достаточно малом $\Delta \tau$ так, чтобы (4) являлось “хорошим” приближением (1). Это достигается, если длительность импульса $\Delta \tau$ мала по сравнению с минимальной постоянной времени идентифицируемой НДС. Получены следующие приближенные соотношения для определения ЯВ.

Для ЯВ первого порядка

$$\hat{w}_1(t, \tau_l) = \frac{1}{S_l} \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_l, 0, \dots, 0), \quad (6)$$

где $\tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_l, 0, \dots, 0)$ — отклик НДС, измеренный в момент времени t , при действии на ее входе в момент времени τ_l короткого импульса площадью $S_l = \Delta \tau \Delta x_l$.

Для ЯВ второго порядка

$$\hat{w}_2(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}) = \frac{1}{2!} \frac{1}{S_{l_1} S_{l_2}} [\tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0) - \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, 0) - \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0)], \quad (7)$$

где $\tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0)$ — отклик НДС, измеренный в момент времени t , при действии на ее входе двух импульсов в моменты времени τ_{l_1} и τ_{l_2} .

Для ЯВ третьего порядка

$$\hat{w}_3(t, \tau_{l_1}, \tau_{l_2}, \tau_{l_3}) = \frac{1}{3!} \frac{1}{S_{l_1} S_{l_2} S_{l_3}} [\tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, \Delta x_{l_3}, 0, \dots, 0) - \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, 0, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0) - \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, 0, \Delta x_{l_3}, 0, \dots, 0) - \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0, \Delta x_{l_3}, 0, \dots, 0) + \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, 0) + \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, 0) + \tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_3}, 0, \dots, 0)], \quad (8)$$

где $\tilde{y}_k(t, 0, \dots, \Delta x_{l_1}, 0, \dots, \Delta x_{l_2}, 0, \dots, \Delta x_{l_3}, 0, \dots, 0)$ — отклик НДС, измеренный в момент времени t , при действии на ее входе трех импульсов в моменты времени $\tau_{l_1}, \tau_{l_2}, \tau_{l_3}$.

В выражениях (6) ... (8) учтено, что $\tilde{y}_k(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$.

Для инвариантных во времени — стационарных НДС

$$w_n(t, \tau_{l_1}, \dots, \tau_{l_n}) = w_n(t - \tau_{l_1}, \dots, t - \tau_{l_n}). \quad (9)$$

Пусть амплитуды тестовых импульсов $\Delta x_1 = \dots = \Delta x_k = \Delta x$. При достаточно малых величинах длительности $\Delta \tau$ и амплитуды Δx импульсов верны следующие утверждения, доказательство которых может быть получено с помощью метода математической индукции.

Утверждение 1. Пусть тестовые сигналы представляют собой нерегулярные импульсные последовательности различной длины, каждая состоящая не более чем из n импульсов, действующих в моменты времени τ_1, \dots, τ_n , тогда для НДС с одним входом и одним выходом оценка сечения ЯВ n -го порядка

$$\hat{w}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n! S^n} \sum_{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n}=0}^1 (-1)^{\sum \delta_{\tau_i}} y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n}), \quad (10)$$

где $y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n})$ — отклик НДС, измеренный в момент времени t , при действии на входе модулированных дельта-импульсов с площадью $S = \Delta t \Delta x$ соответственно в моменты времени τ_1, \dots, τ_n ; если $\delta_{\tau_i} = 1$, то на входе НДС в момент времени τ_i есть импульс, при $\delta_{\tau_i} = 0$ — отсутствует.

Утверждение 2. Для определения ЯВ n -го порядка НДС с ν входами и μ выходами имеет место соотношение

$$\hat{w}_{i_1, \dots, i_n}^j(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \frac{(-1)^n}{n! S^n} \sum_{\delta_{\tau_1}^{i_1}, \dots, \delta_{\tau_n}^{i_n}=0}^1 (-1)^{\sum \delta_{\tau_m}^{i_m}} y_j(t, \delta_{\tau_1}^{i_1}, \dots, \delta_{\tau_n}^{i_n}), \quad j = \overline{1, \mu}, \quad (11)$$

где $w_{i_1, \dots, i_n}^j(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n)$ — оценка сечения ЯВ n -го порядка, полученная в результате обработки данных эксперимента;

$y_j(t, \delta_{\tau_1}^{i_1}, \dots, \delta_{\tau_n}^{i_n})$ — реакция объекта, измеренная на j -м выходе в момент времени t , при действии на входах i_1, \dots, i_n модулированных дельта-импульсов с площадью S соответственно в моменты времени τ_1, \dots, τ_n ; если $\delta_{\tau}^i = 1$, то на i -м входе НДС в момент времени τ есть импульс, при $\delta_{\tau}^i = 0$ — отсутствует.

Соотношения (10) и (11) задают вычислительный алгоритм определения многомерных ЯВ для НДС на основе данных экспериментальных исследований “вход-выход”.

Например, для определения ЯВ второго порядка сначала НДС испытывается одиночными импульсами в моменты времени τ_1 и τ_2

$$x_1(t) = S\delta(t - \tau_1) \text{ и } x_2(t) = S\delta(t - \tau_2),$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака.

Измеряются соответствующие отклики $y(t, 1, 0)$ и $y(t, 0, 1)$. Затем, подают на вход НДС два импульса

$$x(t) = S\delta(t - \tau_1) + S\delta(t - \tau_2)$$

и из полученного при этом отклика $y(t, 1, 1)$ вычитают отклики на одиночные импульсы в соответствии с выражением

$$y(t, 1, 1) - y(t, 1, 0) - y(t, 0, 1) = 2! S^2 \hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2). \quad (12)$$

Из (12) после нормировки следует

$$\hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2) = \frac{1}{2! S^2} [y(t, 1, 1) - y(t, 1, 0) - y(t, 0, 1)]. \quad (13)$$

При фиксированных значениях τ_1 и τ_2 оценка ЯВ второго порядка $\hat{w}_2(t - \tau_1, t - \tau_2)$ представляет собой функцию от переменной t — сечение поверхности $\hat{w}_2(t_1, t_2)$ плоскостью, проходящей под углом в 45° к осям t_1 и t_2 и сдвинутой по оси t_1 на величину $\tau_0 = \tau_2 - \tau_1$. Изменяя величину τ_0 , получают различные сечения $\hat{w}_2(t, t - \tau_0)$, по которым можно восстановить всю поверхность $\hat{w}_2(t_1, t_2)$.

Доказательство утверждения 1. Модель тестового сигнала, представляющая собой нерегулярную последовательность, состоящую не более чем из m импульсов, действующих в моменты времени τ_i , можно записать в виде

$$x(t) = \sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i} S\delta(t - \tau_i), \quad (14)$$

где δ_{τ_i} — параметр, определяющий количество импульсов и их задержки относительно друг друга в тестовой импульсной последовательности; если $\delta_{\tau_i} = 1$, то в последовательности в момент времени τ_i импульс есть, при $\delta_{\tau_i} = 0$ — отсутствует.

После подстановки в (1) выражения (14) отклик НДС

$$y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}) = \sum_{n=1}^{\infty} S^n \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^m \prod_{k=1}^n \delta_{\tau_{j_k}} w_n(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_n}). \quad (15)$$

После подстановки выражения (15) в (10)

$$\hat{w}_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m) = \frac{(-1)^m}{m!} \sum_{n=1}^{\infty} S^{n-m} \sum_{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}=0}^1 \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^m (-1)^{\sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i}} \prod_{k=1}^n \delta_{\tau_{j_k}} w_n(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_n}). \quad (16)$$

Сумму по n в выражении (16) можно представить в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n = \sum_{n=1}^{m-1} \sigma_n + \sigma_m + \sum_{n=m+1}^{\infty} \sigma_n, \quad (17)$$

$$\text{где } \sigma_n = S^{n-m} \sum_{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}=0}^1 \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^m (-1)^{\sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i}} \prod_{k=1}^n \delta_{\tau_{j_k}} w_n(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_n}), \text{ при } n \neq m; \quad (18)$$

$$\sigma_m = \frac{(-1)^m}{m!} \sum_{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i}} \sum_{j_1, \dots, j_m=1}^m \prod_{k=1}^m \delta_{\tau_{j_k}} w_m(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_m}), \text{ при } n=m. \quad (19)$$

В (19) сумму по j_1, \dots, j_m можно представить как

$$\sum_{j_1, \dots, j_m=1}^m = \sum_{\substack{j_1, \dots, j_m=1 \\ j_1 \neq \dots \neq j_m}}^{m'} + \sum_{\substack{j_1, \dots, j_m=1 \\ j_p = j_q}}^{m''}, \quad (20)$$

где p и q принимают значения из множества $\overline{1, m}$, $p \neq q$.

В (19) в результате суммирования по $\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}$, примененного к первому оператору суммирования по j_1, \dots, j_m при $j_1 \neq \dots \neq j_m$ (20), с учетом того, что ЯВ являются симметричными функциями, т.е. $w_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m)$, отличающиеся перестановкой аргументов, тождественно равны, следует

$$\sigma'_m = \frac{(-1)^{2m}}{m!} m! w_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m) = w_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m). \quad (21)$$

В (19) в результате суммирования по $\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}$, примененного ко второму оператору суммирования по j_1, \dots, j_m при $j_p = j_q$,

$$\sigma''_m = \frac{(-1)^m}{m!} \sum_{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^m \delta_{\tau_i}} \sum_{\substack{j_1, \dots, j_m=1 \\ j_p = j_q}}^{m''} \prod_{k=1}^m \delta_{\tau_{j_k}} w_m(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_m}) = 0. \quad (22)$$

Для доказательства равенства (22) сумму по $\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}$ можно представить в виде

$$\sum_{\delta_{\tau_{k_1}}, \dots, \delta_{\tau_{k_r}}=0}^1 (-1)^{\sum_{g=1}^r \delta_{\tau_{k_g}}} \sum_{\delta_{\tau_{l_1}}, \dots, \delta_{\tau_{l_s}}=0}^1 (-1)^{\sum_{h=1}^s \delta_{\tau_{l_h}}} \prod_{h=1}^s \delta_{\tau_{l_h}}, \quad (23)$$

где $\delta_{\tau_{k_1}}, \dots, \delta_{\tau_{k_r}}$ — элементы из множества $\{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}\}$, которые не входят в произведение $\prod_{h=1}^s \delta_{\tau_{l_h}}$;

$$r + s = m, k_1 \neq \dots \neq k_r \neq l_1 \neq \dots \neq l_s \in \overline{1, m}.$$

Так как

$$\sum_{\delta_1, \dots, \delta_n=0}^1 (-1)^{\sum_{i=1}^n \delta_i} = 0, \quad (24)$$

что доказывается с помощью метода математической индукции, то $\sigma_m'' = 0$ и $\sigma_m = \sigma_m'$.

Тогда из (21) следует, что

$$\sigma_m = w_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m). \quad (25)$$

Можно показать, что первый член в сумме (17)

$$\sum_{n=1}^{m-1} \sigma_n = 0.$$

Для всех $n < m$

$$\sigma_n = S^{n-m} \sum_{\delta_1, \dots, \delta_m=0}^1 \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^m (-1)^{\sum_{i=1}^n \delta_{\tau_i}} \prod_{k=1}^n \delta_{\tau_{j_k}} w_n(t - \tau_{j_1}, \dots, t - \tau_{j_n}) = 0, \quad (26)$$

поскольку $\prod_{k=1}^n \delta_{\tau_{j_k}}$ состоит из элементов, представляющих собой подмножество множества $\{\delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_m}\}$, и, следовательно, равенство (26) может быть доказано точно так же, как и (22).

Третий член в сумме (17) не равен нулю и, следовательно, вносит погрешность при определении ЯВ. Если площадь S импульсов тестовой последовательности выбрать достаточно малой, то ошибка $\Delta(S)$ при определении ЯВ m -го порядка, обусловленная членами σ_n при $n > m$ (17), пропорциональна S^{m+1} , т.е. является величиной $(m+1)$ -го порядка малости.

Таким образом,

$$\hat{w}_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m) = w_m(t - \tau_1, \dots, t - \tau_m) + O(S^{m+1}). \quad (27)$$

Утверждение 1 доказано.

Аналогично доказывается утверждение 2.

В результате обработки откликов $y(t, \delta_{\tau_1}, \dots, \delta_{\tau_n})$ и $y_j(t, \delta_{\tau_1}^i, \dots, \delta_{\tau_n}^i)$ исследуемой НДС в соответствии с (10) и (11) получают приближенные значения сечений ЯВ, точность определения которых зависит от выбора площади пробных импульсов S , т.е. их длительности и амплитуды.

Длительность импульсов $\Delta\tau$ выбирается из условия [4]

$$\Delta\tau \leq \frac{0,05\tau_{\min}}{n}, \quad (28)$$

где τ_{\min} — минимальная постоянная времени линейной части НДС;

n — порядок определяемого ЯВ.

Уменьшая амплитуду импульсов тестовой последовательности, можно найти ее оптимальное значение, соответствующее минимальной погрешности экспериментального определения ЯВ на основе компенсационного метода идентификации [8]. Поскольку в условиях реального эксперимента измерения откликов НДС осуществляются с некоторой инструментальной погрешностью, то при уменьшении амплитуды тестовых импульсов возрастет относительная погрешность измерений — случайная ошибка. Неустойчивость вычислительных алгоритмов детерминированной идентификации (10) и (11) к погрешностям исходных данных — измерений импульсных откликов — особенно сильно сказывается при определении ЯВ высоких порядков. Практическая реализация алгоритмов возможна лишь в условиях относительно малых уровней помех при измерениях откликов НДС. Для повышения точности метода идентификации можно также использовать процедуры подавления составляющих отклика всех четных и всех нечетных порядков [8].

Если известно, что НДС описывается функциональным полиномом степени N , то при определении ЯВ N -го порядка компенсационным методом методическая ошибка будет равна нулю. Нахождение ЯВ порядков ниже N -го производится с помощью последовательного понижения порядка модели идентифицируемой НДС. При этом из выходного сигнала НДС вычитается отклик модели, составленной из полученных ЯВ старших порядков.

Для повышения вычислительной устойчивости рассматриваемых алгоритмов компенсационного метода идентификации к получаемым оценкам многомерных ЯВ применяются

процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет-преобразовании [10, 11]. Это позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 2,5 раз.

В среде Matlab-Simulink выполнено компьютерное моделирование тестовой НДС, представляющей собой соединение с обратной связью, в прямой ветви которого находится инерционное звено первого порядка, а в цепи обратной связи — безынерционная квадратичная нелинейность. Представлены зависимости среднеквадратичной ошибки (СКО) идентификации компенсационным методом ЯВ второго порядка от площади тестовых импульсов S при погрешности измерений откликов 1 % и применении вейвлет-фильтрации к полученным оценкам сечений ЯВ с помощью вейвлет-преобразования на основе материнского вейвлета *coiflet* (рис. 1) и зависимости СКО идентификации ЯВ второго порядка с использованием вейвлет-фильтрации при различных уровнях разложения L на основе вейвлета *coif4* (рис. 2). Минимальная СКО идентификации достигается при использовании материнского вейвлета *coiflet* — *coif4* (см. рисунок 1) с уровнем глубины разложения $L=4$ (см. рисунок 2).

Представлены результаты идентификации с помощью компенсационного метода диагональных сечений ЯВ второго и третьего порядков тестовой НДС при погрешности измерений откликов 1 % без применения и с применением вейвлет-фильтрации на основе материнского вейвлета *coif4* (рис. 3).

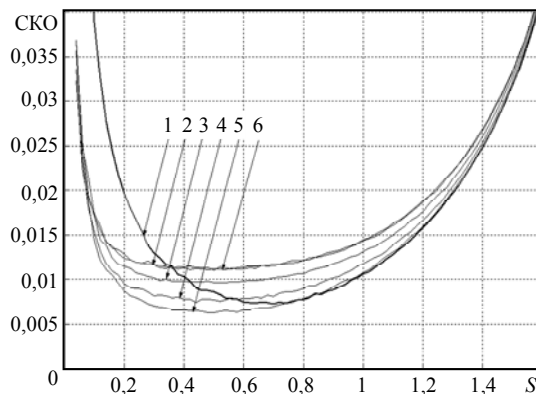


Рис. 1. Зависимости СКО идентификации ЯВ 2-го порядка от площади тестовых импульсов S при погрешности измерений 1%: без фильтрации (1); при применении вейвлет-фильтрации на основе вейвлетов: *coif1* (2), *coif2* (3), *coif3* (4), *coif4* (5), *coif5* (6)

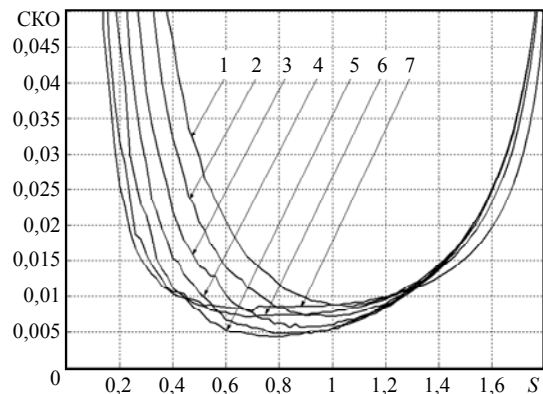


Рис. 2. Зависимости СКО идентификации ЯВ 2-го порядка от площади тестовых импульсов S при погрешности измерений 1%: без фильтрации (1); при применении вейвлет-фильтрации на основе вейвлета *coif4* с уровнями разложения $L=1$ (2), 2 (3), 3 (4), 4 (5), 5 (6), 6 (7), соответственно

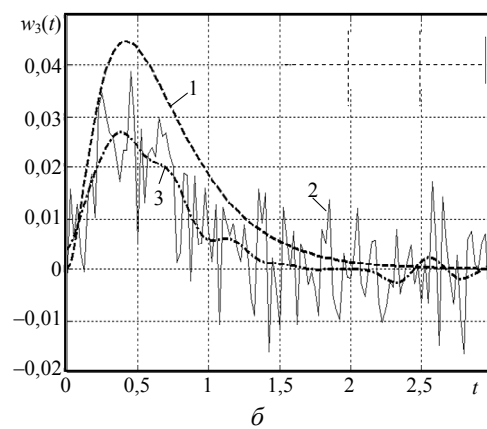
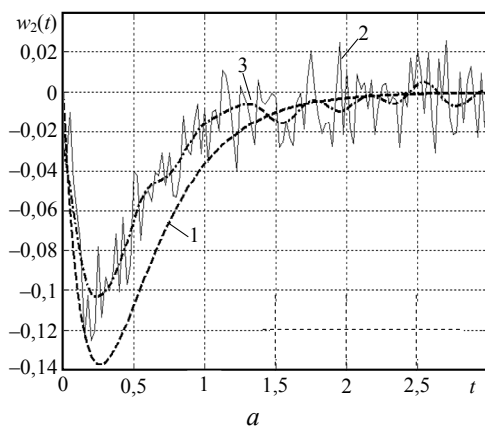


Рис. 3. Результат идентификации диагональных сечений ЯВ 2-го (а) и 3-го (б) порядков НДС с помощью компенсационного метода при погрешности измерений 1%: эталонные ЯВ (1); идентифицированные ЯВ (2); идентифицированные ЯВ при применении вейвлет-фильтрации на основе вейвлета *coif4* с уровнем разложения $L=4$ (3)

Таким образом, рассматриваемый компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ЯВ во временной области, основанный на испытании исследуемой системы нерегулярными последовательностями коротких импульсов с варьируемыми параметрами: амплитудой, длительностью и задержкой между импульсами, позволяет находить приближенные значения диагональных и поддиагональных сечений ЯВ, минимальная погрешность определения которых обеспечивается выбором площади (оптимальной амплитуды) пробных импульсов.

Проведен анализ погрешностей метода идентификации — методической, обусловленной некомпенсированным вкладом в отклик системы членов РВ, порядок которых выше порядка оцениваемого ЯВ, и случайной, реально существующей при обработке зашумленных данных измерений откликов. Показано, что при уменьшении амплитуды пробных импульсов уменьшается методическая погрешность, но при этом возрастает относительная погрешность измерений. Для повышения помехоустойчивости компенсационного метода идентификации к получаемым оценкам многомерных ЯВ применяются процедуры шумоподавления, основанные на вейвлет-преобразовании, что позволяет получить сглаженные решения и уменьшить погрешность идентификации в 1,5...2,5 раза.

Литература

1. Ивахненко, А.Г. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным / А.Г. Ивахненко, Ю.П. Юрчакровский. — М.: Радио и связь, 1987. — 120 с.
2. Моделирование динамических систем: аспекты мониторинга и обработки сигналов / В.В. Васильев, Г.И. Грездов, Л.А. Симак и др. — К.: ИПМЭ НАН Украины им. Г.Е. Пухова, 2002. — 344 с.
3. Третьяк, А.И. Дифференциально–геометрические методы в теории дискретных систем управления: моногр. / А.И. Третьяк, А.В. Усов, А.П. Коновалов. — Одесса: Астропринт, 2008. — 360 с.
4. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления: учеб. для вузов. В 5 тт. Т. 2. / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 638 с.
5. Doyle, F.J. Identification and Control Using Volterra Models / F.J. Doyle, R.K. Pearson, D.A. Ogunnaike. — Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. — 314 p.
6. Giannakis, G.B. [A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering](#) / G.B. Giannakis, E. Serpedin // Signal Processing. — EURASIP, Elsevier Science B.V. — 2001. — Vol. 81, № 3. — P. 533 —580.
7. Данилов, Л.В. Теория нелинейных электрических цепей / Л.В. Данилов, П.Н. Матханов, Е.С. Филиппов. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.
8. Пупков, К.А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К.А. Пупков, В.И. Капалин, А.С. Ющенко. — М.: Наука, 1976. — 448 с.
9. Мармарелис, П. Анализ физиологических систем. Метод белого шума / П. Мармарелис, В. Мармарелис: пер. с англ. под ред. Е.А. Умрюхина. — М.: Мир, 1981. — 480 с.
10. Смоленцев, Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н.К. Смоленцев. — М.: ДМК Пресс, 2005. — 304 с.
11. Pavlenko, V.D. Estimation of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data / V.D. Pavlenko // Signal/Image Processing and Pattern Recognition: Proc. the Eighth All-Ukrainian Intern. Conf. UkrOBRAZ'2006, August 28 — 31, 2006, Kyjiv, Ukraine — K., 2006. — P. 191 — 194.
12. Леви, П. Конкретные проблемы функционального анализа / П. Леви: пер. с франц. под ред. Г.Е. Шилова. — М.: Наука, 1967. — 511 с.
13. Вольтерра, В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений / В. Вольтерра: пер. с англ. под ред. П.И. Кузнецова. — М.: Наука, 1982. — 304 с.

Рецензент канд. техн. наук, доц. Одес. нац. политехн. ун-та Болтенков В.А.

Поступила в редакцию 14 июля 2009 г.