

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РЕКУРРЕНТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

О.В. Стрельцов, О.О. Блохина. **Аналіз динамічних властивостей методу рекуррентного перетворення Фур'є.** Розглядається аналіз похибок оцінок поточних спектрів сигналів та засоби підвищення ефективності використання методу рекуррентного перетворення Фур'є. Розглянуто можливість підвищення швидкодії спектрального аналізу. Приведено аналітичний опис методу. Запропоновано працездатну модель і подано отримані в процесі моделювання результати.

О.В. Стрельцов, О.О. Блохина. **Анализ динамических свойств метода рекуррентного преобразования Фурье.** Рассматривается анализ погрешностей оценок текущих спектров сигналов и средства повышения эффективности применения метода рекуррентного преобразования Фурье. Рассмотрена возможность повышения быстродействия спектрального анализа. Приведено аналитическое описание метода. Предложена работоспособная модель и показаны полученные в процессе моделирования результаты.

O.V. Streltsov, O.O. Blokhina. **Analysis of dynamic properties of recurrent Fourier transformation method.** The analysis of estimations errors of current spectrums of signals, as well as the ways of increasing the efficiency of recurrent Fourier transformation method are considered. The possibility of improving the fast-acting of spectrology is considered. Analytical description of the method is presented. A capable working model is offered and the results of the design process are got in the of are reflected.

Обработка информации в реальном масштабе времени широко применяется в технических средствах спектрального анализа, которые используются в радиолокации, акустике, геодезии, медицине и др. С развитием цифровых систем передачи данных, верификации, синтеза речи растут требования к распознаванию слов, словосочетаний и фраз в реальном масштабе времени. Одним из основных методов, решающих такие задачи, является цифровой динамический спектральный анализ [1].

Наиболее соответствующим высоким требованиям по быстродействию при вычислении комплексных коэффициентов Фурье или других спектральных параметров алгоритмом является рекуррентное преобразование Фурье (РПФ), позволяющее получать оценку текущего спектра сигнала в реальном масштабе времени [3]. Дискретное преобразование Фурье либо быстрое преобразование Фурье, наиболее распространенное при обработке сигналов, уступает ему [1].

Нестационарный сигнал $f(n)$ задается дискретно в соответствии с теоремой Котельникова [2].

Рекуррентная формула вычисления коэффициента Фурье спектра сигнала имеет вид [3]

$$F_{p+1}(n) = F_p(n) + e^{-j(2\pi n/N)} \Delta f, \quad (1)$$

где p — номер выборки;

n — номер гармоники;

Δf — поправочный коэффициент, соответствующий разности между значениями сигнала в начале и в конце выборки;

N — размер выборки.

Для вычисления коэффициента Фурье $F_{p+1}(n)$ по формуле (1) необходимо произвести N операций умножения значений Δf на $e^{-j(2\pi n/N)}$.

Вычисления действительной и мнимой частей коэффициента Фурье (1) можно представить соответственно как [2]

$$\operatorname{Re}_{p+1}(n) = \operatorname{Re}_p(n) - \Delta f \cos \omega,$$

$$\operatorname{Im}_{p+1}(n) = \operatorname{Im}_p(n) - \Delta f \sin \omega,$$

где ω — частота среза.

Фактически РПФ вычисляет оценки преобразования Фурье в скользящей системе отсчета, связанной с последними N отсчетами, размещаемыми в регистровой памяти анализатора, объемом N ячеек. Практический интерес представляет динамический спектр амплитуд [3, 4]

$$A(n) = \sqrt{(\text{Re}_{p+1}(n))^2 + (\text{Im}_{p+1}(n))^2}.$$

При вычислении спектра в ячейки памяти, из которых были считаны $\text{Re}_p(n)$ и $\text{Im}_p(n)$, записываются полученные результаты $\text{Re}_{p+1}(n)$ и $\text{Im}_{p+1}(n)$. Они будут использованы для вычисления на следующем шаге. Процесс уточнения n -й гармоники продолжается до выполнения условия

$$\begin{aligned} \text{Re}_{p+1}(n) &= \text{Re}_p(n), \\ \text{Im}_{p+1}(n) &= \text{Im}_p(n). \end{aligned} \quad (2)$$

Исследование динамических свойств РПФ проводилось методом цифрового моделирования с помощью программ на SciLab и VHDL [3].

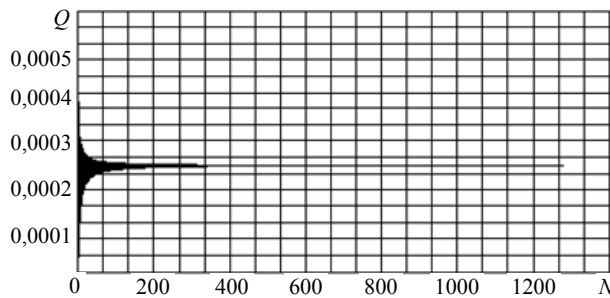


Рис. 2. График зависимости относительной погрешности Q от размера выборки N

Исследование динамических свойств РПФ, определяющих погрешности оценок текущих спектров сигналов, с помощью программ на SciLab позволило исследовать погрешности для математической модели по соответствующей рекуррентной формуле (1).

Далее была вычислена относительная погрешность Q восстановления сигнала по спектру, основанная на неточном восстановлении сигнала из спектра. Как видно из графика, в начале моделирования $Q = 0,0004$, а после 450-го отсчета стремится к нулю (рис. 2).

В VHDL спроектирован рекуррентный анализатор спектра, который на выходах Re и Im отображает действительную $\text{Re}_{p+1}(n)$ и мнимую $\text{Im}_{p+1}(n)$ части коэффициента Фурье исходного сигнала $f(n)$ (рис. 3).

В ходе исследования установлено, что динамические свойства рекуррентного анализатора спектра определяются числом ячеек

регистровой памяти, равном размеру выборки N , и частотой дискретизации. При этом завершение вычисления спектра любого нестационарного сигнала за конечное число итераций может быть причиной накопления погрешностей спектральных оценок. Точность представления оценки

спектральных линий (гармоник) дискретного

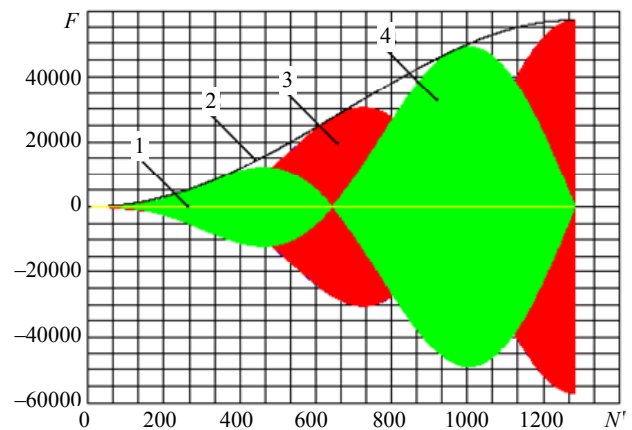


Рис. 1. Составляющие спектра сигнала: частотный (1) и амплитудный (2) спектры, действительные (3) и мнимые (4) части коэффициентов Фурье

Исследованы входные сигналы $f(n)$ различной формы, наиболее точные результаты после проведения спектрального анализа получены для низкочастотных периодически изменяющихся сигналов.

В SciLab были заданы входные сигналы $f(n)$ частотой $\omega = 1$ Гц в виде действительной и мнимой частей спектра и выборка объемом в 1280 отсчетов; проведен спектральный анализ, вычислены амплитудный и частотный спектры сигнала (рис. 1).

По полученному спектру был восстановлен сигнал, причем его график полностью совпал с графиком входного.

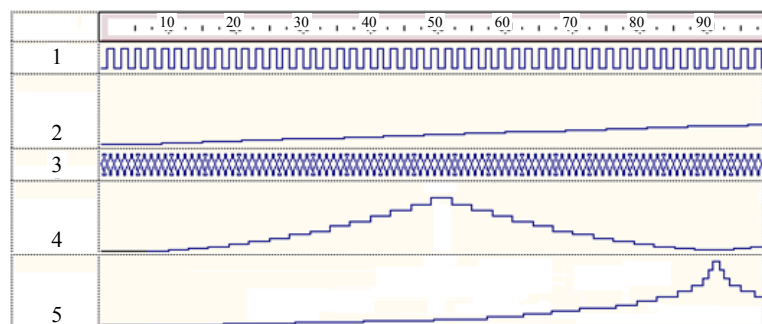


Рис. 3 Моделирование метода РПФ в VHDL: 1 — частота дискретизации рекуррентного анализатора спектра, 2 — счетчик команд, 3 — сигналы управления, 4 и 5 — действительная и мнимая части коэффициентов Фурье, соответственно

текущего спектра обратно пропорционально зависит от размера окна скользящего преобразования: чем больше размерность N , тем меньше динамическая погрешность восстановления спектра Q . При считывании данных с анализатора спектра до завершения процесса восстановления спектра также следует принимать во внимание дополнительную погрешность вычисления уровней оцениваемых спектральных компонент и фон текущего спектра.

Анализ результатов проведенного исследования динамических свойств РПФ показал, что преимущество метода РПФ при точном учете объема выборки N состоит в повышении на порядок быстродействия выполнения спектрального анализа нестационарного сигнала.

Литература

1. Лейтес, Р.Д. Цифровое моделирование систем синтетической телефонии / Р.Д. Лейтес, В.Н. Соболев — М.: Связь, 1969. — 120 с.
2. Блейхут, Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов / Р. Блейхут: пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 158 с.
3. Цифровые анализаторы спектра / В.Н. Плотников, А.В. Белинский, В.А. Суханов, Ю.Н. Жигулевцев — М.: Радио и связь, 1990. — 184 с.
4. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов. / Л. Рабинер, Б. Гоулд: пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 210 с.

Рецензент д-р физ. мат наук, проф. Одес. нац. мор. ун-та Малахов А.В.

Поступила в редакцию 8 сентября 2009 г.