УДК 004.315

Н.И. Синегуб, канд. техн. наук, Одес. нац. политехн. ун-т

БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО УМНОЖЕНИЯ И ИЗВЛЕЧЕНИЯ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

М.І. Синегуб. **Швидкодіючий пристрій множення та добування квадратного кореня.** Розглянуто питання розробки оригінальної структури швидкодіючого пристрою множення та добування квадратного кореня, в якому на першому ступені апаратно суміщаються операції множення і віднімання цілих чисел в доповняльному коді, що дозволяє підвищити швидкодію пристрою. В запропонованому пристрої відсутні операції пересилки чисел, що також підвищує швидкодію даного пристрою.

Н.И. Синегуб. **Быстродействующее устройство умножения и извлечения квадратного корня.** Рассмотрен вопрос разработки оригинальной структуры быстродействующего устройства умножения и извлечения квадратного корня, в котором на первой ступени аппаратно совмещаются операции умножения и вычитания целых чисел в дополнительном коде, что позволяет повысить быстродействие устройства. В предлагаемом устройстве отсутствуют операции пересылки чисел, что также повышает быстродействие данного устройства.

N.I. Sinegub. **Fast Unit of Multiplication and square-rooting.** The problem of developing the original structure of a fast multiplication and square-rooting unit, hardwarily combining at the first stage the operations of multiplication and subtraction of integers in additional code, is considered. The combination allows the unit's speed to be increased. The offered multiplication and square-rooting unit avoids transfer of numbers, which boosts the speed of the given unit as well.

Разработка операционных устройств (ОУ) с совмещенными функциями является перспективным направлением при синтезе цифровой аппаратуры, ибо такие ОУ экономичны [1]. При этом возможно получение у ОУ с совмещенными функциями более высокого быстродействия, чем суммарное быстродействие отдельно взятых алгоритмических устройств, выполняющих каждое только одну из совмещенных функций.

Известно устройство с аппаратным совмещением на одной структуре и последовательным выполнением операций умножения, деления, извлечения квадратного корня, а также процедур ассоциативного поиска в двух вариантах — без разделения устройства на одноразрядные ячейки и с разделением [1, 2].

Операция извлечения квадратного корня встречается сравнительно редко, ее алгоритм имеет много общего с алгоритмом деления: на каждой итерации проводится вычитание двух чисел, определяется разность, знак которой формирует разряд результата [3, 4].

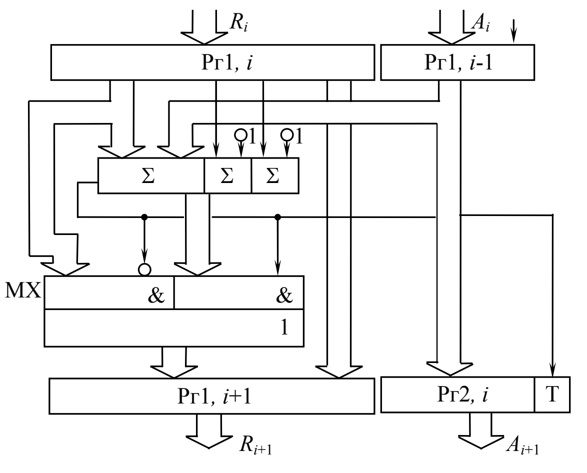

Рис. 1. Структурная схема i-й ступени конвейерного устройства извлечения квадратного корня

В структурной схеме i-й ступени конвейерного устройства извлечения квадратного корня [1] (рис.1) на каждом такте работы определяется знак разности между числами R_i, полученным в результате i-й итерации извлечения, и $(A_i 2^2 + 01)$, где A_i — частичный результат извлечения, поступающими по фронту синхроимпульса соответственно на регистры Рг1 и Рг2. По знаку разности на выходе регистра Рг2, где Т — триггер, формируется значение A_{i+1}, $i \geq 0$. Сдвиг на два разряда значений A_i задается соответствующим монтажом межсоединений. При вычислениях используется суммирование в дополнительных кодах, поэтому два последних разряда вычитаемого A_i равны 11. Сигнал знакового разряда сумматора $\sum$ управляет мультиплексором MX, разрешая или запрещая операцию вычитания.

Рассмотренное устройство выполняет только операцию извлечения квадратного корня. Поэтому, для выполнения, например, операции извлечения квадратного корня из произведения $F=\sqrt{CD}$, необходимо предварительно получить результат произведения $(\pm C)(\pm D)$ и затем подать его на данное устройство извлечения квадратного корня, что увеличивает время выполнения операции F.

Рассмотрим более подробно процесс выполнения операции $F=\sqrt{CD}$.

Пусть заданы целые числа $C=(+3)_{10}$; $D=(+3)_{10}$.

Требуется выполнить операцию $F=\sqrt{(+3)_{10}(+3)_{10}}=(+3)_{10}$.

Сначала на устройстве умножения вычисляется произведение $R=CD=(+3)_{10}(+3)_{10}=(+9)_{10}$ за время $T_{\text{ум}}$. Затем целое положительное число $R=(+9)_{10}$ представляют в двоичном прямом коде: $R=(+9)_{10}=(00000001001)_2^{\text{пр}}$ и подают на конвейерное устройство извлечения квадратного корня (далее — конвейерное устройство), где извлечение квадратного корня осуществляется за 5 тактов на 5 ступенях (см. таблицу).

В рассматриваемом случае время выполнения операции $F=\sqrt{CD}$ равно

$$T_1=T_{\text{ум}}+5T_{\text{с}}, \qquad (1)$$

где $T_{\text{с}}$ — время срабатывания сумматора Σ.

Для совмещения операций умножения и извлечения квадратного корня в одном устройстве используется один из алгоритмов умножения в дополнительных кодах, базирующийся на представлении дополнительного кода как позиционного числа с положительным весом у каждого его коэффициента, кроме знакового разряда, имеющего отрицательный весовой коэффициент [5]. Следовательно, дополнительный код числа

$$-Q_{\text{доп}}=-q_{n-1}2^{n-1}+\sum_{i=0}^{n-2}q_i 2^i\,. \qquad (2)$$

Для реализации операции $F'=(\pm C)(\pm D)\pm A$ при разрядности сомножителей в дополнительном коде (2), равной пяти, включая знаковый разряд, представлен вариант введения в параллелограмм частичных произведений чисел C, D битов слагаемого A в дополнительном коде (рис. 2). Биты слагаемого A обозначены значком *. Данный параллелограмм обрабатывается многоразрядными многооперандными сумматорами [6]. Поэтому операции умножения и суммирования/вычитания выполняются одновременно [6].

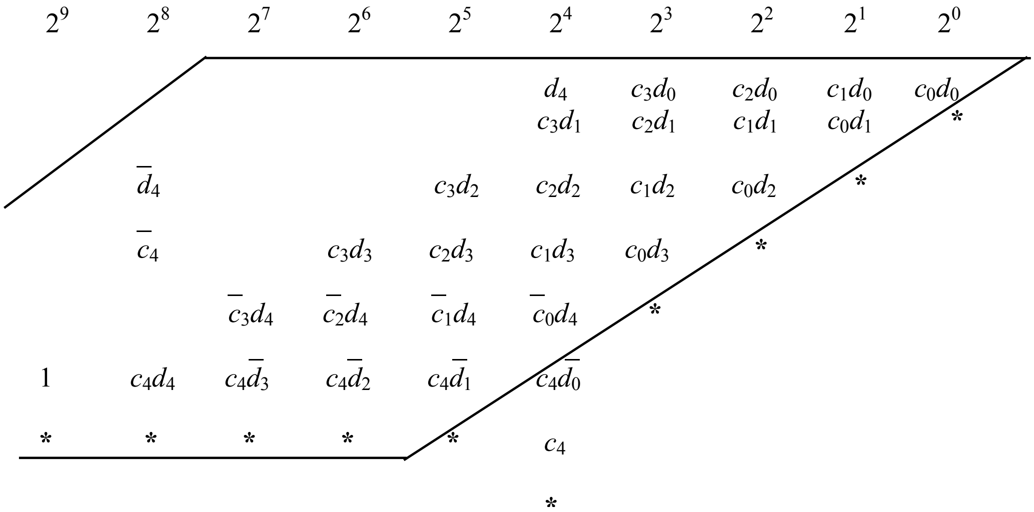

Рис. 2. Вариант введения в параллелограмм частичных произведений чисел C, D битов слагаемого A

Алгоритм извлечения квадратного корня

Содержание операции	Выполнение операции	Результат извлечения корня
$R=(+9)_{10}=(00000001001)_2^{пр}$ $A_i=A_0=(+1)_{10}=(001)_2^{пр}$	00000001001 001	
Целое положительное число R разбивается справа налево на группы цифр по две в каждой, число R становится числом $R_i=R_0$ и подается на первую ступень конвейерного устройства		
На первой ступени конвейерного устройства из A_0 аппаратно формируется значение A'_0=111 (дополнительный код числа $-A_0$), производится вычитание слева направо A_0 из R'_0=000 в дополнительном коде (R'_0-A_0). В результате $R'_0<A_0$. Старшему разряду результата извлечения квадратного корня присваивается значение “0”. Формируется частичный результат извлечения A_1=0. На вторую ступень устройства с помощью мультиплексора MX R'_0 передается без изменения, но как число R_1. К значению R_1 приписывается слева направо группа цифр “00”, и оно становится числом R'_1	00000001001 + <u>111</u> 111 00000	0
На второй ступени конвейерного устройства аппаратно формируется значение $A'_1=(A_1 2^2+01)$, производится вычитание ($R'_1-A'_1$) в дополнительном коде: $R'_1<A'_1$. Соответствующему разряду результата извлечения присваивается значение “0”. Формируется частичный результат извлечения A_2=00. На третью ступень устройства R'_1 передается без изменения как R_2. К значению R_2 приписывается группа цифр “00”, оно становиться числом R'_2	00000 + <u>11111</u> 11111 0000000	0
На третьей ступени конвейерного устройства аппаратно формируется значение $A'_2=(A_2 2^2+01)$, производится вычитание ($R'_2-A'_2$) в дополнительном коде: $R'_2<A'_2$. Соответствующему разряду результата извлечения присваивается значение “0”. Формируется частичный результат извлечения A_3=000. На четвертую ступень устройства R'_2 передается без изменения как R_3. К значению R_3 приписывается группа цифр “10”, оно становиться числом R'_3	0000000 + <u>1111111</u> 1111111 000000010	0
На четвертой ступени конвейерного устройства аппаратно формируется значение $A'_3=(A_3 2^2+01)$, производится вычитание ($R'_3-A'_3$) в дополнительном коде: $R'_3>A'_3$. Соответствующему разряду результата извлечения присваивается значение “1”. Формируется частичный результат извлечения A_4 = 0001. На пятую ступень устройства передается $R_4=(R'_3-A'_3)$. К значению R_4 приписывается группа цифр “01”, оно становиться числом R'_4	000000010 + <u>111111111</u> 000000001 00000000101	1
На пятой ступени конвейерного устройства аппаратно формируется значение $A'_4=(A_4 2^2+01)$, производится вычитание ($R'_4-A'_4$) в дополнительном коде: $R'_4=A'_4$. Соответствующему разряду результата извлечения присваивается значение “1”. Формируется частичный результат извлечения A_5=00011	00000000101 + <u>11111111011</u> 00000000000	1
Частичному результату извлечения A_5 присваивается знак “+”. Формируется результат извлечения квадратного корня $A'=+A_5=(000011)_2^{пр}=(+3)_{10}$, что соответствует требуемому результату		

Пример выполнения операции $F'=(\pm C)(\pm D)\pm A$.

Пусть заданы целые числа: $C=(+15)_{10}$; $D=(-15)_{10}$.

Произведение $R=CD=(+15)_{10}(-15)_{10}=(-225)_{10}$.

В двоичном дополнительном коде:

$C=(+15)_{10}=(01111)_2^{пр}=(01111)_2^{доп}$ (число разрядов m=5);

$D=(-15)_{10}=(11111)_2^{\text{пр}}=(10001)_2^{\text{доп}}$ (число разрядов n=5).

Схема перемножения заданных чисел C и D в соответствии с выражением (2) и вариантом введения битов слагаемого A (см. рисунок 2) показана на рис. 3. Здесь в столбце с весом 2^9 формируется знак произведения R.

	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
						0	1	1	1	1
×										
						1	0	0	0	1
	−1	1				1	1	1	1	1
	−1	1				0	0	0	0	
		0			0	0	0	0		
		1		0	0	0	0			
			0	0	0	0				
		0	0	0	0	0				
						0				
	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1

Рис. 3. Схема перемножения заданных чисел C и D

В результате перемножения заданных чисел получено: $R=CD=(1100011111)_2^{\text{доп}}=(1011100001)_2^{\text{пр}}=(-225)_{10}$, что соответствует требуемому результату $(-225)_{10}$.

Пусть $A=(-15)_{10}$.

Вычислим функцию $F'=R+A=(-225)_{10}+(-15)_{10}=(-240)_{10}$.

Представляем целое число A в двоичном дополнительном коде двойного формата: $A=(-15)_{10}=(1111110001)_2^{\text{доп}}$(число разрядов l=10). Тогда $F'=R+A=(-225)_{10}+(-15)_{10}=$ $=(1100011111)_2^{\text{доп}}+(1111110001)_2^{\text{доп}}=$ $=(1100010000)_2^{\text{доп}}=(1011110000)_2^{\text{пр}}=(-240)_{10}$ (см. рисунок 2), что соответствует требуемому результату $(-240)_{10}$.

Предлагается с целью ускорения процесса выполнения операции $F=\sqrt{CD}$ использовать частный случай операции $F'=(+C)(+D)-(+A)$.

Предлагается структурная схема быстродействующего устройства умножения и извлечения квадратного корня, реализующего операцию $F=\sqrt{CD}$ аппаратным способом (рис. 4). Сравним временные характеристики предложенного устройства умножения и извлечения квадратного корня и устройства

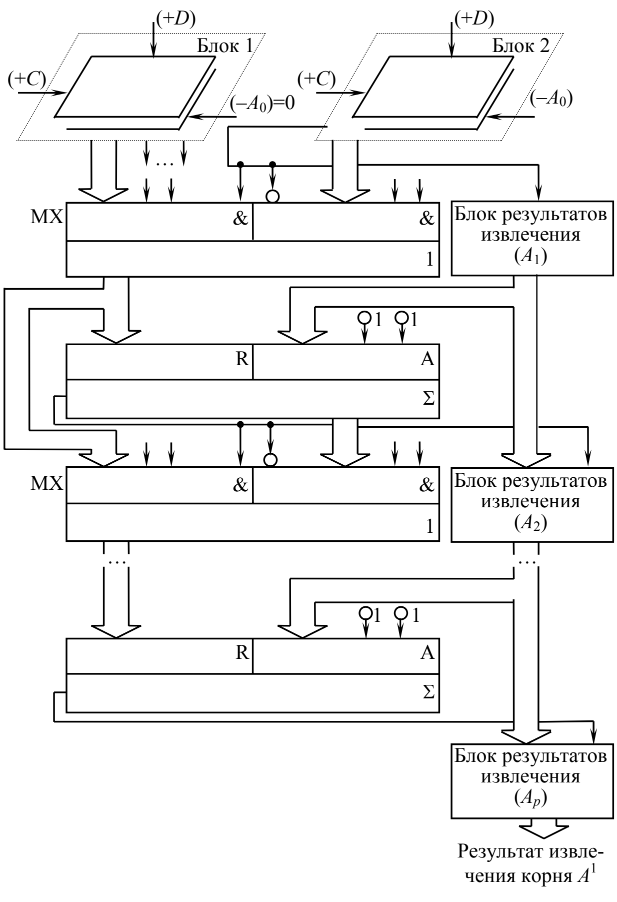

Рис. 4. Структурная схема устройства умножения и извлечения квадратного корня

	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
							0	0	0	1	1
×											
							0	0	0	1	1
							0	0	0	1	1
							0	0	1	1	
			1			0	0	0	0		
			1		0	0	0	0			
				0	0	0	0				
		1	0	0	0	0	0				
							0				
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
+											
	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1

Рис. 5. Блок 2 устройства умножения и извлечения квадратного корня

извлечения квадратного корня [1] (см. рисунок 1).

Пусть $C=(+3)_{10}$; $D=(+3)_{10}$, тогда $F=\sqrt{CD}=\sqrt{(+3)_{10}(+3)_{10}}=(+3)_{10}$.

В блоке 2 предложенного устройства выполняется (см. рисунок 2) частный случай операции $F'=(+C)(+D)-(+A)=(+3)_{10}(+3)_{10}-(+1)_{10}=$ $=(00011)_2^{\text{доп}}(00011)_2^{\text{доп}}+(11100000000)_2^{\text{доп}}=$ $=(11100001001)_2^{\text{доп}}$, где $A=A_0$ (рис. 5).

Здесь знак произведения, сформированный в столбце с весом 2^9, записывается в разряд с весом 2^{10}. Данный параллелограмм обрабатывается многоразрядными многооперандными сумматорами, поэтому операции умножения и суммирования в блоке выполняются одновременно. Блок 1 аналогичен блоку 2 за исключением того, что в блоке 1 всегда значение $A=A_0=0$. Из блока 1 соответствующие группы цифр (по две цифры) поступают на соответствующие входы мультиплексоров MX. Сигнал знакового разряда сумматора Σ управляет мультиплексором MX, разрешая или запрещая операцию вычитания. В i-ом блоке результата извлечения формируется частичный результат извлечения A_i, где $1\le i\le p$, $p=k/2$, где k — разрядность произведения R (без знака).

Как и в конвейерном устройстве извлечения квадратного корня [1], операция извлечения квадратного корня в предложенном устройстве выполняется на 5 ступенях (см. таблицу). Однако на первой ступени предложенного устройства в блоках 1 и 2 одновременно за время $T_{\text{ум}}$ производится умножение $R=CD$ и вычитание $R-A$ чисел.

Таким образом, время срабатывания предложенного устройства

$$T_2=T_{\text{ум}}+4T_{\text{c}}. \qquad (3)$$

При сравнении (3) и (1) видно, что предложенное устройство умножения и извлечения квадратного корня выполняет операцию $F=\sqrt{CD}$ быстрее, чем устройство [1], на время T_{c}. Кроме того, в нем отсутствуют операции пересылки чисел, что также повышает его быстродействие.

Литература

1. Вышенчук, И.М. Алгоритмические операционные устройства и суперЭВМ / И.М. Вышенчук, Н.В. Черкасский. — К.: Тэхника, 1990. — 197 с.
2. Цыпкин, А.Г. Справочник по математике для средних учебных заведений / А.Г. Цыпкин; Под ред. С.А. Степанова. — 3-е изд. — М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. — 480 с.
3. Самофалов, К.Г. Электронные цифровые вычислительные машины / К.Г. Самофалов, В.И. Корнейчук, В.П. Тарасенко. — К.: Вища шк., 1976. — 480 с.
4. Синегуб, Н.И. Умножитель/делитель с повышенным быстродействием / Н.И. Синегуб // Технология и конструирование в электрон. аппаратуре. — Одесса, 2009. — № 3. — С. 16 — 20.
5. Угрюмов, Е.П. Проектирование элементов и узлов ЭВМ: Учеб. пособие для спец. ЭВМ вузов / Е.П. Угрюмов. — М.: Высш. шк., 1987. — 318 с.
6. Синегуб, Н.И. Синтез устройств умножения/суммирования / Н.И. Синегуб // Матеріали міжнар. наук.-практ. конф. "Розвиток наук. досліджень "2005", 7-9 листоп. 2005 р. Т. 8. — Полтава: ІнтерГрафіка, 2005. — С. 76 — 80.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Ситников В.С.

Поступила в редакцию 29 июля 2010 г.